

SEQUENCE 15

Calcul littéral (2)

Objectifs de la séquence

- Reconnaître et utiliser l'identité remarquable $(a - b) \times (a + b) = a^2 - b^2$
- Reconnaître et utiliser les propriétés de distributivité pour factoriser une expression.
- Produire une expression littérale.
- Tester une égalité.
- Résoudre des équations simples.

Organisation

Cette séquence de travail sur le calcul littéral (partie 2) se découpe en plusieurs séances. Le déroulé de chaque séance est donné ci-dessous.

Nous vous conseillons de faire une à deux séances maximum par jour. Nous vous laissons une semaine pour faire la totalité des séances. Libre à vous d'organiser votre temps de travail ! Au fur et à mesure, envoyer votre travail à votre professeur afin qu'il vous corrige.

Plan de travail

Séance 1 (55 minutes)

- Lecture du cours pour s'appropriier le développement de la troisième identité remarquable. Ne pas hésiter à faire et refaire les exemples pour s'entraîner. Vous pouvez également regarder les vidéos d'Yvan MONKA pour vous aider.

I/ Cas particulier de la double distributivité

1) Développer une expression



<https://www.youtube.com/watch?v=6j0oMQlaBYg&feature=youtu.be>

- Exercices 1, 2 et 3 : des développements corrigés ou pas.

Séance 2 (45 minutes)

- Lecture du cours pour s'appropriier la factorisation de la troisième identité remarquable. Ne pas hésiter à faire et refaire les exemples pour s'entraîner. Vous pouvez également regarder les vidéos d'Yvan MONKA pour vous aider.

2) Factoriser une expression



<https://www.youtube.com/watch?v=VWKNW4aLeG8&feature=youtu.be>



<https://www.youtube.com/watch?v=nLRRUMRyfZg&feature=youtu.be>

- Exercices 4 et 5 : des factorisations corrigées ou pas.

Séance 3 (55 minutes)

- Lecture du cours pour s'appropriier le vocabulaire des équations et les méthodes de résolutions. Ne pas hésiter à faire et refaire les exemples pour s'entraîner. Vous pouvez également regarder les vidéos d'Yvan MONKA pour vous aider.

II/ Notion d'équation

1) Le problème à résoudre

2) Qu'est-ce qu'une équation ?

3) Comment résoudre une équation ?



https://www.youtube.com/watch?v=uV_EmbYu9_E&feature=youtu.be



<https://www.youtube.com/watch?v=QURskM271bE&feature=youtu.be>



<https://www.youtube.com/watch?v=quzC5C3a9jM&feature=youtu.be>

- Exercices 6 et 7 : équations simples

Séance 4 (55 minutes)

- Une méthode numérique pour résoudre des équations :
 - 4) Comment résoudre une équation à l'aide d'un logiciel ?
- Exercices 8 et 9 : résoudre des équations
- Exercice 10 et 11 : résolution de problèmes

Séance 5 (55 minutes)

- QCM Calculitt3 sur Pronote.
- Exercices 12, 13, 14 et 15 : résolutions de problèmes.

SEQUENCE 15

Calcul littéral (2)

I/ Cas particulier de la double distributivité

1) Développer

Exemples:

Développer les expressions suivantes en utilisant la propriété de double distributivité :

$$A = (x + 2)(x - 2)$$

$$B = (2x - 5)(2x + 5)$$

$$A = x \times x + x \times (-2) + 2 \times x + 2 \times (-2)$$

$$B = 2x \times 2x + 2x \times 5 - 5 \times 2x - 5 \times 5$$

$$A = x^2 - 2x + 2x - 4$$

$$B = 4x^2 + 10x - 10x - 25$$

$$A = x^2 - 4 = x^2 - 2^2$$

$$B = 4x^2 - 25 = (2x)^2 - 5^2$$

Propriété :

a et b sont des nombres quelconques. On peut écrire l'égalité suivante :

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

2) Factoriser

Propriété :

Lorsqu'on souhaite factoriser une expression et qu'il n'y a pas de facteur commun, on peut, dans des cas précis, utiliser l'égalité ci-dessous :

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Exemples :

Factoriser les expressions suivantes :

$$F = 9x^2 - 49$$

$$F = (3x)^2 - 7^2$$

$$F = (3x - 7)(3x + 7)$$

On reconnaît l'expression $a^2 - b^2$ de la propriété avec $a = 3x$ et $b = 7$

$$H = 36 - (8x + 1)^2$$

$$H = 6^2 - (8x + 1)^2$$

$$H = (6 - (8x + 1))(6 + (8x + 1))$$

$$H = (6 - 8x - 1)(6 + 8x + 1)$$

$$H = (-8x + 5)(8x + 7)$$

On reconnaît l'expression $a^2 - b^2$ de la propriété avec $a = 8x + 1$ et $b = 6$

!!! ATTENTION !!!

On ne peut pas factoriser une expression du type $a^2 + b^2$.

II/ Notion d'équation

1) Le problème à résoudre

Voici deux programmes de calcul :

PROGRAMME A

- Choisir un nombre.
- Le multiplier par 9.
- Soustraire 4 au résultat.

PROGRAMME B

- Choisir un nombre.
- Le multiplier par 2.
- Ajouter 1 au résultat.

Alice et Bertrand choisissent un même nombre de départ. Alice teste le programme A et Bertrand teste le programme B. Alice et Bertrand s'aperçoivent qu'ils trouvent le même résultat final. Quel nombre de départ ont-ils choisi ?

1^{ère} traduction mathématique du problème :

Alice : **nombre** $\times 9 - 4$

Bertrand : **même nombre** $\times 2 + 1$

Même résultat pour Alice et Bertrand \rightarrow **nombre** $\times 9 - 4 =$ **même nombre** $\times 2 + 1$

Traduction du problème par une égalité de deux expressions littérales :

Pour simplifier l'écriture, on appelle x ce nombre de départ et on cherche la valeur de x pour laquelle : $x \times 9 - 4 = x \times 2 + 1$

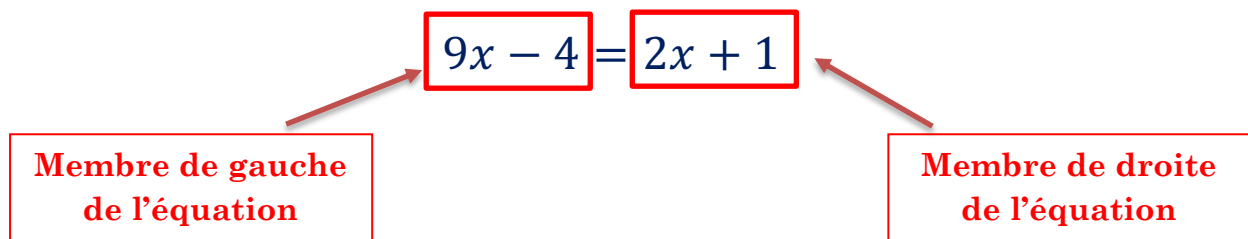
Nous pouvons essayer de trouver cette valeur par essais/erreurs mais cela semble compliqué. Certains problèmes mathématiques ne peuvent pas être résolus avec les méthodes numériques connues mais peuvent l'être grâce aux équations.

2) Qu'est-ce qu'une équation (ici du premier degré) à une inconnue ?

Vocabulaire :

Une **équation** du premier degré à une inconnue est **une égalité** où apparaît une lettre (éventuellement plusieurs fois) dont on ne connaît pas la valeur et qui est appelée **inconnue**.

Exemple :



x est l'inconnue de l'équation.

Est-ce que $9x - 4$ est égal à $2x + 1$?

Cela dépend de la valeur par laquelle on remplace la lettre x .

Vocabulaire :

Une valeur de x qui rend l'égalité vraie est appelée une solution de l'équation. Si on trouve toutes les solutions de l'équation, alors on dit qu'on a résolu l'équation.

3) Comment résoudre une équation ?

Pour résoudre une équation, par exemple $9x - 4 = 2x + 1$, on utilise les propriétés de conservation d'une égalité présentées ci-dessous.

Propriétés :

- **(P1)** On ne change pas les solutions d'une équation si on ajoute ou si on soustrait le même nombre à chaque membre de l'équation.
- **(P2)** On ne change pas les solutions d'une équation si on multiplie ou si on divise par le même nombre non nul chaque membre de l'équation.

Méthode :

Pour résoudre une équation :

- 1) On regarde la forme de l'équation : la place de l'inconnue, les parenthèses s'il y en a et les opérations.
- 2) On utilise les propriétés (P1) et (P2) pour isoler l'inconnue, en faisant attention aux priorités opératoires.

Exemple 1 (sans parenthèse) : Résoudre l'équation $9x - 4 = 2x + 1$

Transformation	Équation	Propriété utilisée	Objectif
	$9x - 4 = 2x + 1$		
On a soustrait $2x$ à chaque membre de l'équation pour obtenir l'égalité :	$7x - 4 = 1$	(P1)	« Eliminer les termes en x » dans le membre de droite.
On a ajouté 4 à chaque membre de l'équation pour obtenir l'égalité :	$7x = 5$	(P1)	On fait en sorte qu'apparaissent uniquement des termes en x dans le membre de gauche.
On a divisé chaque membre de l'équation par 7 pour obtenir l'égalité :	$x = \frac{5}{7}$	(P2)	On « isole » l'inconnue.

Nous avons trouvé la solution du problème de départ en résolvant l'équation : $9x - 4 = 2x + 1$.

Finalement, Alice et Bertrand ont choisi $\frac{5}{7}$ comme nombre de départ.



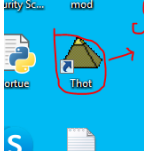

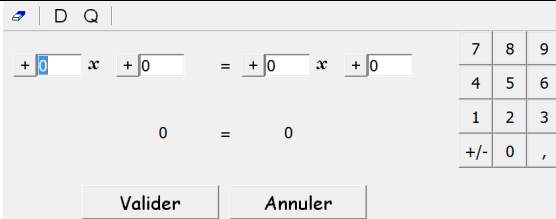
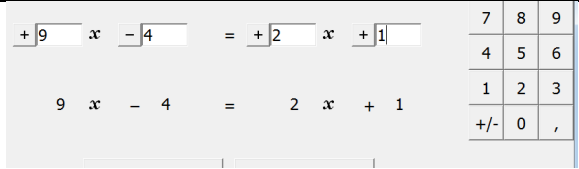
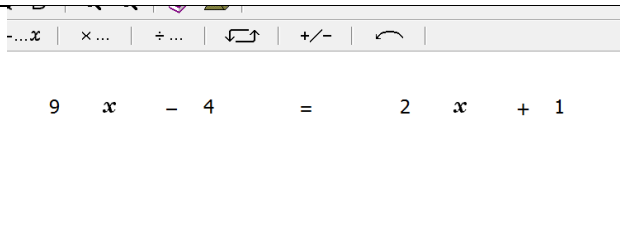

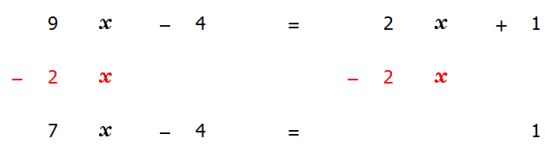

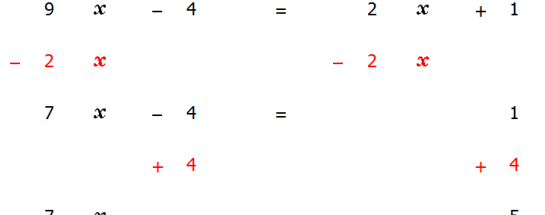

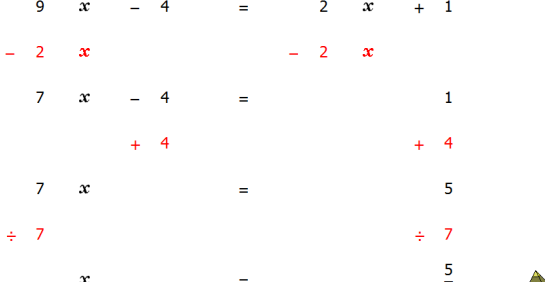
Exemple 2 (avec parenthèses) : Résoudre l'équation $2(x + 1) = 8 - 5x$

Transformation	Équation	Propriété utilisée	Objectif
	$2(x + 1) = 8 - 5x$		
On a développé le membre de gauche pour obtenir l'égalité :	$2x + 2 = 8 - 5x$	Distributivité simple	On transforme l'équation en une équation sans parenthèse.
On a ajouté $5x$ à chaque membre de l'équation pour obtenir l'égalité :	$7x + 2 = 8$	(P1)	« Eliminer les termes en x » dans le membre de droite.
On a soustrait 2 à chaque membre de l'équation pour obtenir l'égalité :	$7x = 6$	(P1)	On fait en sorte qu'apparaissent uniquement des termes en x dans le membre de gauche.
On a divisé chaque membre de l'équation par 7 pour obtenir l'égalité :	$x = \frac{6}{7}$	(P2)	On « isole » l'inconnue.

Finalement, la solution de cette équation est $\frac{6}{7}$.

4) Comment résoudre une équation à l'aide d'un logiciel ?

Le logiciel que l'on va utiliser ici s'appelle THOT. Dans l'Égypte ancienne, THOT était le Dieu garant de la justesse de la balance lors de la pesée des âmes. Comment utiliser ce logiciel gratuit ?

ACTION	ICÔNE	ECRAN
On commence par télécharger le logiciel en cliquant sur le lien suivant : http://www.emmanuelmorand.net/thot/tel_echargement.php		<ul style="list-style-type: none"> ■ Fichier exécutable : Thot.exe → clic ! ■ Fichier d'aide : AIDETHOT.hlp ■ Rubriques du fichier d'aide : AideTHOT.cnt ■ Icône du programme : Thot.ico
Une fois, installé, on double clique sur l'icône « pyramide » sur le bureau de votre ordinateur		
On entre l'équation que l'on veut résoudre en cliquant sur l'icône ci-contre qui se trouve en haut à gauche de votre écran.		
Une page s'ouvre et il suffit d'écrire les différents coefficients de votre équation en faisant bien attention à entrer les bons signes (+ ou -) et on valide.		
L'équation apparaît alors à l'écran		
Pour « enlever ou ajouter des termes en x » dans les deux membres de l'équation, on clique sur l'icône ci-contre et on entre le coefficient. Dans cet exemple, on enlève 2x.		
Pour « enlever ou ajouter des nombres » dans les deux membres de l'équation, on clique sur l'icône ci-contre et on entre le coefficient. Dans cet exemple, on ajoute 4.		
Pour multiplier ou diviser par un nombre tous les termes dans les deux membres de l'équation, on clique sur l'icône ci-contre et on entre le coefficient. Dans cet exemple, on divise par 7.		
À tout moment de la résolution, un retour en arrière est possible.	