

SEQUENCE 12

Probabilités

Objectifs de la séquence

- Connaître et utiliser le vocabulaire des probabilités
- À partir de dénombrements, calculer des probabilités pour des expériences aléatoires simples à une ou deux épreuves.
- Faire le lien entre stabilisation des fréquences et probabilités

Organisation

Cette séquence de travail sur les probabilités se découpe en plusieurs séances. Le déroulé de chaque séance est donné ci-dessous.

Nous vous conseillons de faire une à deux séances maximums par jour. Nous vous laissons une semaine pour faire la totalité des séances. Libre à vous d'organiser votre temps de travail ! Au fur et à mesure, envoyer votre travail à votre professeur afin qu'il vous corrige.

Plan de travail

Séance 1 (15 minutes)

- Lecture du cours pour s'appropriier le vocabulaire des probabilités

I/ Vocabulaire

- 1) Expérience aléatoire
- 2) Evènements

Séance 2 (45 minutes)

- Commencer par faire vos propres expériences sur le site Homeomath en suivant les indications sur la fiche de leçon ci-après :

II/ Probabilité d'un évènement

- 1) A vous de manipuler

- Regarder la vidéo d'Yvan MONKA pour comprendre le lien entre fréquence et probabilité. Il explique comment on passe de vos expériences à la théorie.

- 2) De la fréquence à la probabilité



<https://www.youtube.com/watch?v=ithQHSY9Z-E&feature=youtu.be>

Séance 3 (1 heure)

- Lire la suite de la leçon en se concentrant bien sur les différents exemples proposés

- 3) Définition et premiers calculs de probabilités

- 4) Premières propriétés

- Exercice 1 de la feuille d'exercices : une prise en main guidée

La correction et les explications sont données en suivant le lien ci-dessous :



<https://www.youtube.com/watch?v=ShIeriPx5eQ&feature=youtu.be>

- Exercices 2 à 5 de la feuille d'exercices : premières applications

Séance 4 (45 minutes)

- Relire les exemples du cours et les propriétés.

- Exercices 6 et 7 de la feuille : des révisions

- Exercice 8 de la feuille d'exercices : une prise en main guidée

La correction et les explications sont données en suivant le lien ci-dessous :



<https://www.youtube.com/watch?v=27FAsww0W0A&feature=youtu.be>

Séance 5 (45 minutes)

- Relire les exemples du cours et les propriétés.

- Exercices 9, 10 et 11 de la feuille : entraînement au DNB

Séance 6 (facultative)

- Relire les exemples du cours et les propriétés.

- Exercices 12 et 13 de la feuille : pour aller plus loin

SEQUENCE 12

Probabilités

I/ Vocabulaire

1) Expérience aléatoire

Définition :

Une expérience est dite **aléatoire** lorsqu'elle a plusieurs résultats ou issues possibles et que l'on ne peut pas prévoir lequel de ces résultats va se produire.

Exemples :

Expérience 1 : « Jeter un dé à six faces »

Elle est aléatoire : il y a 6 résultats (ou issues) possibles et on ne sait pas sur quelle face il va tomber.

Expérience 2 : « Jouer à pile ou face »

Elle est aléatoire : il y a 2 issues possibles et on ne sait pas sur quelle face la pièce va tomber.

Expérience 3 : « Obtenir une bonne note au prochain brevet blanc ».

Elle n'est pas aléatoire, cela dépend du travail de révision que tu auras fourni !

2) Evènements

« Obtenir le nombre 1 » ; « obtenir un nombre pair » ; « obtenir un multiple de 3 » ; « obtenir un nombre supérieur ou égal à 3 » sont **des évènements**.

« Ne pas obtenir le nombre 1 » est appelé **l'évènement contraire** de l'évènement « obtenir le nombre 1 ».

« Obtenir un nombre impair » est appelé **l'évènement contraire** de l'évènement « obtenir un nombre pair ».

« Jouer avec un dé à 6 faces et obtenir un chiffre entre 1 et 6 » est **un évènement certain**. On est certain d'obtenir un nombre entre 1 et 6.

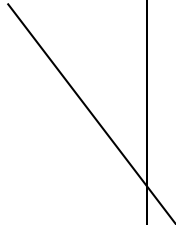
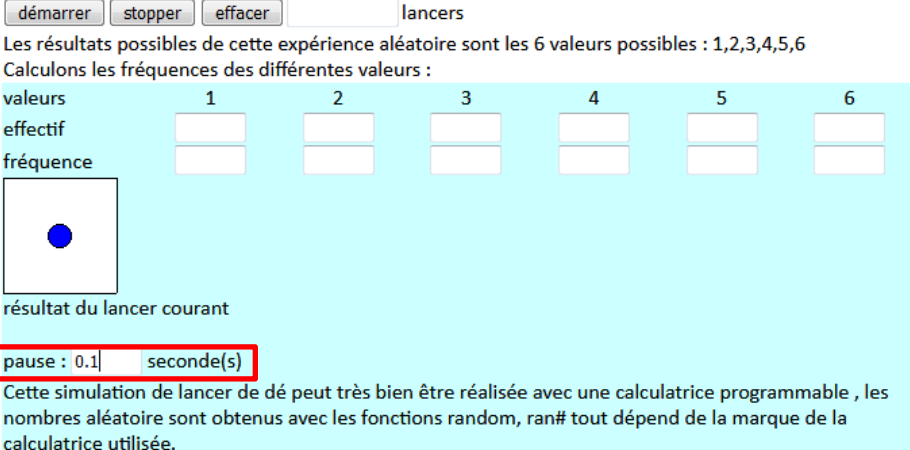
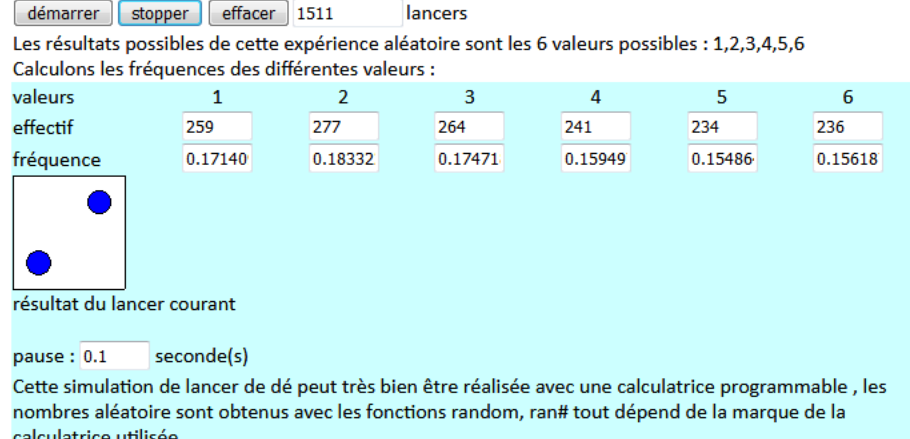
« Obtenir un 7 quand on joue avec un dé à six faces » est un **évènement impossible**.

On appelle **évènements incompatibles** des évènements qui ne peuvent pas se réaliser **simultanément** (en même temps). Par exemple, les évènements « Obtenir le nombre 1 » et « obtenir un nombre pair » quand on joue au dé sont **des évènements incompatibles** car 1 est impair.

II/ Probabilité d'un évènement

1) A vous de manipuler

1) Allez sur le site Homeomath	http://www.homeomath.com/	
2) Cliquez sur l'onglet « Probabilité »	C'est ici	

<p>3) Allez en bas de la page et cliquez sur « Simulation d'expérience aléatoire ».</p>	<p>C'est ici</p> 	<p>même temps (Exemple si A est l'évènement : A = "Obtenir un nombre supérieur ou égal à 4", B = {4,5,6} A ∩ B : ∩ B = ∅).</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Dénombrement des cas possibles ou des éventualités ○ Définition d'une probabilité sur un ensemble fini ○ Propriétés d'une probabilité ○ Équiprobabilité ○ Probabilité conditionnelle et événements indépendants ○ Théorème de Bayes ○ Schéma de Bernoulli et distribution binomiale ○ Intervalle de fluctuation d'une fréquence ○ Intervalle de confiance d'une proportion ○ Variable aléatoire ○ Simulation d'expériences aléatoires 																					
<p>4) Cliquez sur « Simulation : pile ou face » ou sur « Simulation de lancers de dé ».</p>		<ul style="list-style-type: none"> ○ Simulation : pile ou face ○ Simulation de lancers de dé 																					
<p>5) Dans le menu « Pause », remplacer le temps de 1 seconde par 0.1 seconde. Et cliquez sur « Démarrer ».</p>		 <p>démarrer stopper effacer 1 lancers</p> <p>Les résultats possibles de cette expérience aléatoire sont les 6 valeurs possibles : 1,2,3,4,5,6 Calculons les fréquences des différentes valeurs :</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>valeurs</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>effectif</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>fréquence</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>résultat du lancer courant</p> <p>pause : 0.1 seconde(s)</p> <p>Cette simulation de lancer de dé peut très bien être réalisée avec une calculatrice programmable , les nombres aléatoire sont obtenus avec les fonctions random, ran# tout dépend de la calculatrice utilisée.</p>	valeurs	1	2	3	4	5	6	effectif							fréquence						
valeurs	1	2	3	4	5	6																	
effectif																							
fréquence																							
<p>6) Au bout d'un certain nombre de lancers, on observe que les résultats se stabilisent autour d'une fréquence d'apparition de 0,16 soit 16%. C'est une <u>valeur expérimentale</u>.</p>		 <p>démarrer stopper effacer 1511 lancers</p> <p>Les résultats possibles de cette expérience aléatoire sont les 6 valeurs possibles : 1,2,3,4,5,6 Calculons les fréquences des différentes valeurs :</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>valeurs</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>effectif</td> <td>259</td> <td>277</td> <td>264</td> <td>241</td> <td>234</td> <td>236</td> </tr> <tr> <td>fréquence</td> <td>0.17140</td> <td>0.18332</td> <td>0.17471</td> <td>0.15949</td> <td>0.15486</td> <td>0.15618</td> </tr> </tbody> </table> <p>résultat du lancer courant</p> <p>pause : 0.1 seconde(s)</p> <p>Cette simulation de lancer de dé peut très bien être réalisée avec une calculatrice programmable , les nombres aléatoire sont obtenus avec les fonctions random, ran# tout dépend de la calculatrice utilisée.</p>	valeurs	1	2	3	4	5	6	effectif	259	277	264	241	234	236	fréquence	0.17140	0.18332	0.17471	0.15949	0.15486	0.15618
valeurs	1	2	3	4	5	6																	
effectif	259	277	264	241	234	236																	
fréquence	0.17140	0.18332	0.17471	0.15949	0.15486	0.15618																	

2) De la fréquence à la probabilité.

Regarder la vidéo d'Yvan MONKA en cliquant sur le lien suivant. Il explique par une expérience tableur le lien entre les expériences que vous avez pu faire en amont et la théorie des probabilités.

 <https://www.youtube.com/watch?v=ithQHSY9Z-E&feature=youtu.be>

Propriété :

Lorsqu'on effectue un très grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence de réalisation d'un évènement se « rapproche » (se stabilise autour) d'un nombre qui est la **probabilité de cet évènement**.

Exemple : lancer d'une pièce

La fréquence d'apparition du nombre de résultats « face » tend à se stabiliser, pour un grand nombre de lancers, vers une valeur proche de $\frac{1}{2}$.

Remarque :

Dans certains cas, où l'on n'a pas l'idée de la valeur de la probabilité, on peut l'approcher par l'expérimentation. Dans ce cas, la fréquence de réalisation d'un événement tend à se stabiliser pour un grand nombre de répétitions de l'expérience aléatoire.

3) Définition et premiers calculs de probabilités

Définition :

La **probabilité d'un évènement** est un nombre compris entre 0 et 1 qui exprime « la chance qu'a un évènement de se produire ».

Dans le cas d'équiprobabilité où chaque issue a autant de chance de se produire, on a la propriété suivante :

Propriété :

La probabilité d'un évènement A est :

$$P(A) = \frac{\text{Nombre d'issues favorables } A}{\text{Nombre d'issues total}}$$

Exemples :

a) On lance un dé à 6 faces. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair ?

Quand on lance un dé à 6 faces, il y a 6 issues possibles : 1, 2, 3, 4, 5 ou 6.

Il y a trois issues favorables à l'évènement « obtenir un nombre pair : 2, 4 ou 6

Donc, la probabilité d'obtenir un nombre pair quand on lance un dé à 6 faces est de :

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$$

On peut aussi noter $P(\text{Obtenir un nombre pair}) = \frac{1}{2}$ la lettre P signifiant "Probabilité"

b) Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre inférieur ou égal à 5 ?

Quand on lance un dé à 6 faces, il y a 6 issues possibles : 1, 2, 3, 4, 5 ou 6.

Il y a cinq issues favorables à l'évènement « obtenir un nombre inférieur ou égal à 5 : 1, 2, 3, 4 ou 5.

Donc, la probabilité d'obtenir un nombre pair quand on lance un dé à 6 faces est :

$$P(\text{Obtenir un nombre inférieur ou égal à 5}) = \frac{5}{6} \quad \text{la lettre P signifiant "Probabilité"}$$

c) On tire au hasard une boule dans un sac contenant 8 boules dont 3 sont rouges et 5 sont vertes. Quelle est la probabilité de l'évènement E : « tirer une boule rouge ».

On a « 3 chances sur 8 » de tirer une boule rouge, la probabilité de cet évènement est :

$$P(E) = \frac{3}{8}$$

4) Premières propriétés

A chaque évènement on associe un nombre appelé **probabilité de cet évènement**.

Propriétés :

a- La probabilité d'un évènement **est un nombre** compris entre 0 et 1.

b- La somme des probabilités des issues d'une expérience aléatoire est égale à 1.

c- La probabilité d'un **évènement certain** est égale à 1.

d- La probabilité d'un **évènement impossible** est égale à 0.

e- A et B sont deux évènements incompatibles. Alors : $P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B)$

f- $P(A) + P(\text{Contraire de } A) = 1$ ou $P(A) = 1 - P(\text{contraire de } A)$

Exemples :

- Quand on joue avec un dé à six faces, la probabilité de l'évènement « obtenir 7 » est égale à 0 car il est impossible d'obtenir 7 quand on joue avec un dé à 6 faces.
- Quand on joue avec un dé à six faces, la probabilité de l'évènement « obtenir un nombre entier inférieur ou égal à 6 » est égale à 1 car on obtient forcément un nombre compris entre 1 et 6.
- Quand on joue avec un dé à six faces, si on note E l'évènement « ne pas obtenir un multiple de 3 », la probabilité de l'évènement E est égale à :

$$P(E) = 1 - P(\text{contraire de E}) = 1 - P(\text{obtenir un multiple de 3}) = 1 - \frac{2}{6} = \frac{6}{6} - \frac{2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$