Présentation du programme de première STMG
Académie de Créteil
05/04/12

Suites, algorithmique et dérivation

SUITES

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Suites **Modes de génération d'une suite numérique.** Sens de variation. **Définition par récurrence des suites arithmétiques et des suites géométriques.**	• Modéliser et étudier une situation simple à l'aide de suites • Mettre en œuvre un algorithme ou utiliser un tableur pour obtenir une liste de termes d'une suite, calculer un terme de rang donné. • Réaliser et exploiter une représentation graphique des termes d'une suite. • Déterminer le sens de variation des suites arithmétiques et des suites géométriques, à l'aide de la raison.	Il est important de varier les outils et les approches. L'utilisation du tableur et la mise en œuvre d'algorithmes sont l'occasion d'étudier et de représenter en particulier des suites définies par une relation de récurrence (calcul des termes, variations). L'expression du terme général d'une suite arithmétique ou géométrique est au programme de terminale afin de privilégier l'approche algorithmique en première. On se limite aux suites géométriques à termes strictement positifs.

Un exemple d'introduction par des suites non numériques à motifs croissants

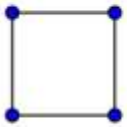


Figure 1

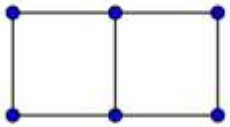


Figure 2

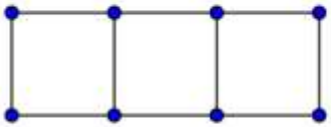


Figure 3

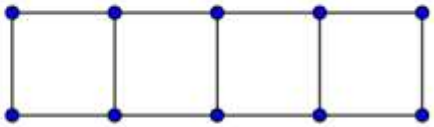
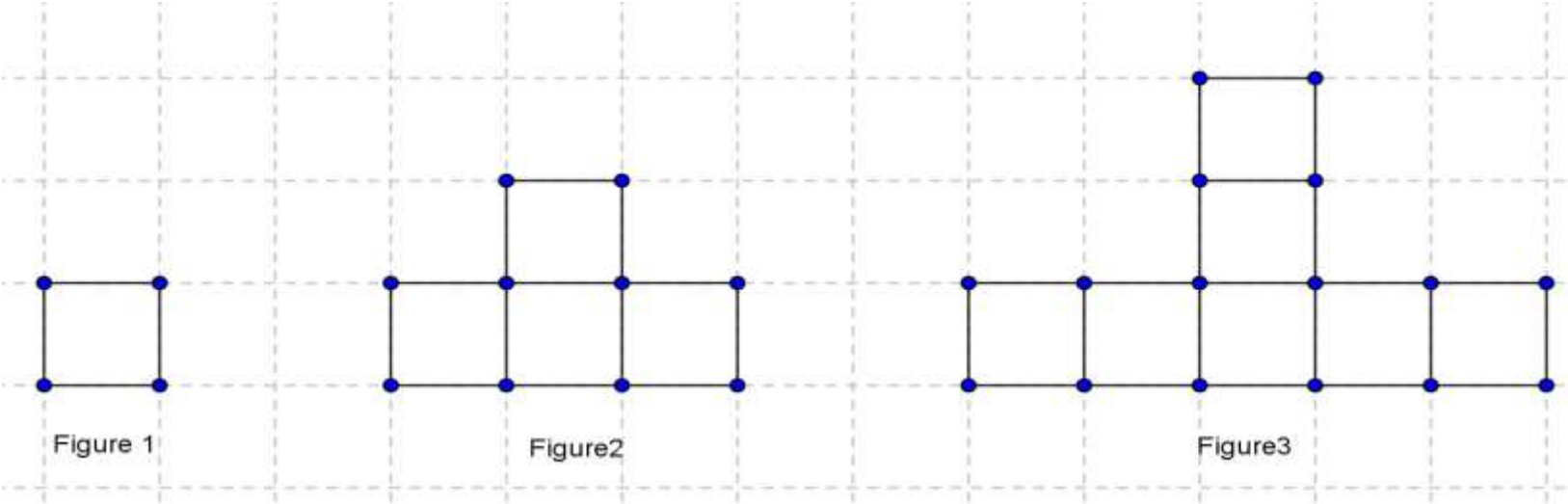


Figure 4



- La principale difficulté rencontrée par les élèves non scientifiques réside dans **le processus abstraction- généralisation**

- Les situations exprimées à l'aide de suites non numériques possèdent **une dimension visuelle** qui rend les relations qu'elles représentent moins abstraites.

- Les élèves sont amenés à **analyser la relation entre le numéro d'une figure dans une suite et une quantité qui lui est associée** et à la représenter par un tableau de valeur, un nuage de points...

- Ils formulent alors la **généralisation du procédé à l'aide de symboles** rendus nécessaires pour désigner les figures et les quantités qui y sont associées. Le couple $(n; U_n)$ apparait alors naturellement.

- **Le terme général d'une suite**, devient simplement la relation qui lie le numéro de la figure et la quantité qui lui est associée.

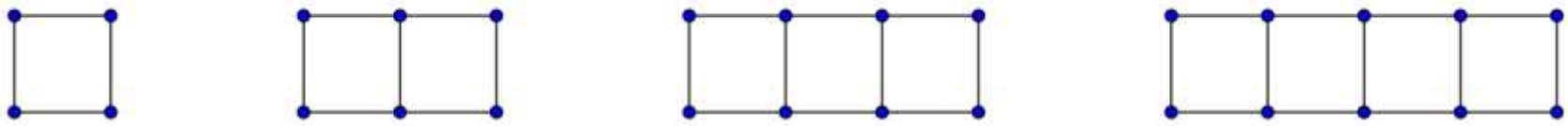


Figure 1 Figure 2 Figure 3 Figure 4

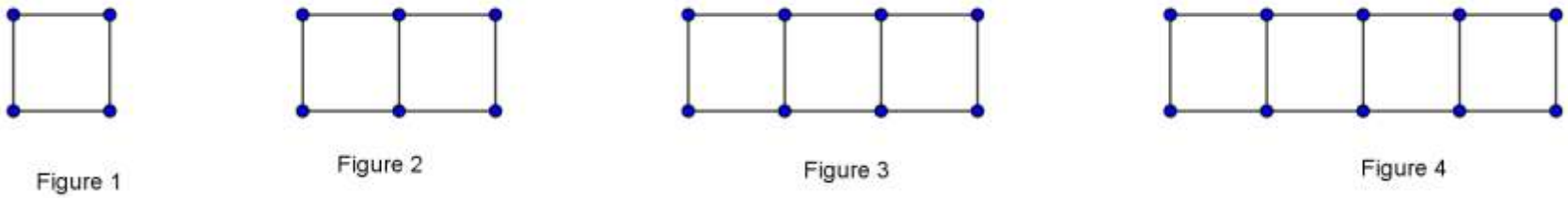
On peut choisir d'étudier la relation entre **le numéro de la figure et le nombre d'allumettes** qui la composent.
La table de valeurs qui correspond à cette relation est alors

Numéro de la figure	1	2	3	4	…	n
Nombre d'allumettes qui la compose	4	7	10	13		U_n

La relation entre **le numéro de la figure et son périmètre** (chaque allumette a une longueur de 1 unité).

La table de valeurs correspondant à cette nouvelle relation est

Numéro de la figure	1	2	3	4	…	n
périmètre	4	6	8	10		U_n

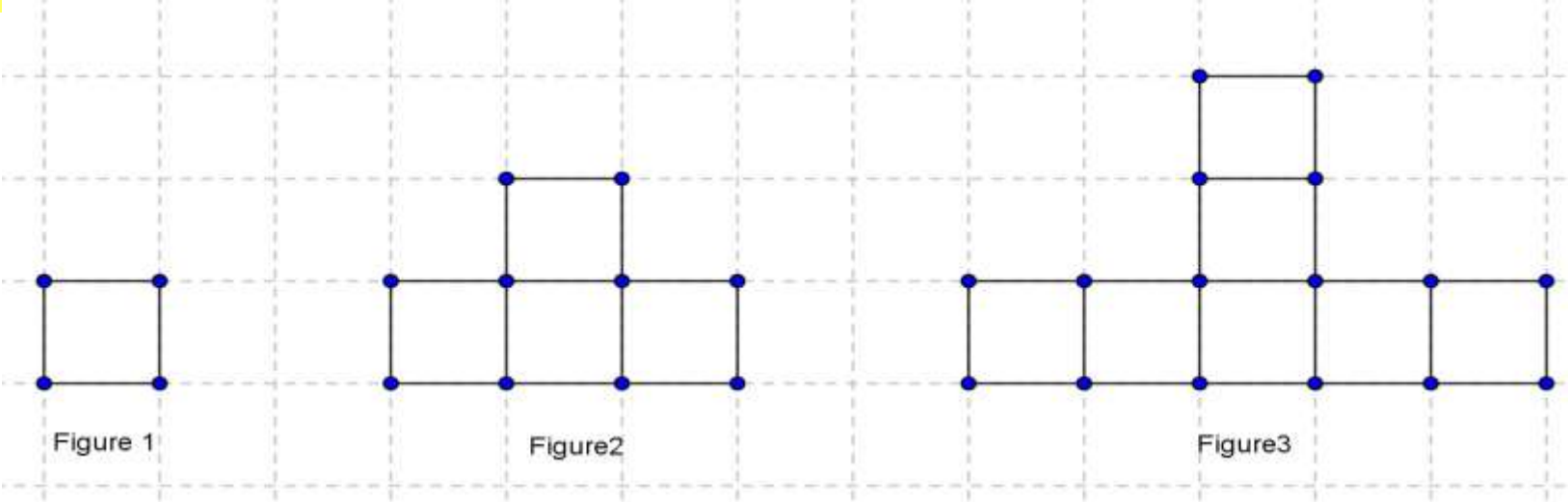


- La relation entre le **numéro de la figure et son aire** (chaque carré représente une unité d'aire)

La table de valeur correspondant à cette nouvelle relation est

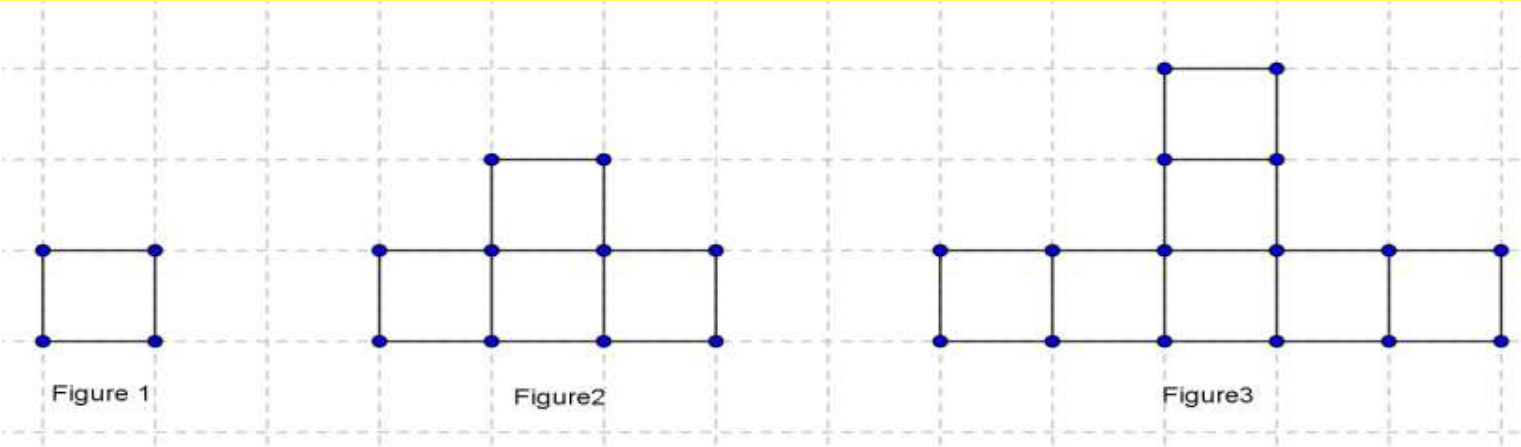
Numéro de la figure	1	2	3	4	…	n
aire	1	2	3	4		Un

Combien y-aura-t-il de carrés dans la figure 8 ?



Numéro de la figure	Nombre de carrés qui la composent
1	
2	
3	
4	
5	
8	
…	
n	Un

Modifier la suite de figures pour qu'elle corresponde à la relation décrite par ce tableau de valeurs



Numéro de la figure	Nombre de carrés qui la composent
1	1
2	3
3	5
4	7
5	9

Le modèle de Malthus

En 1798, Malthus publie un essai dans lequel il émet l'hypothèse que l'accroissement de la population, beaucoup plus rapide que celui des ressources alimentaire, conduira le monde à la famine.

« *Je pense pouvoir poser franchement deux postulats :*
Premièrement que la nourriture est nécessaire à l'existence de l'homme :
Deuxièmement que la passion réciproque entre les sexes est une nécessité et restera à peu près ce qu'elle est à présent.(…)
Si elle n'est pas freinée, la population s'accroit en progression géométrique
Les subsistances ne s'accroissent qu'en progression arithmétique ».

Comparer les termes d'une suite géométrique et d'une suite arithmétique en programmant sa calculatrice

En 1800, la population de l'Angleterre était estimée à 8 millions d'habitants et l'agriculture anglaise pouvait nourrir 10 millions de personnes.

Malthus fait l'hypothèse que la population augmentait de 2% chaque année et que les progrès de l'agriculture permettraient de nourrir 500 000 personnes de plus chaque année.

On note S_n le nombre de personnes pouvant être nourries l'année 1800+n et P_n la population de l'Angleterre la même année

Ecrire un algorithme qui donne le nombre d'années au bout duquel la population aura dépassé le niveau de subsistance puis le programmer sur la calculatrice.

Entrées : Un nombre P, Un nombre S

Sorties : Le nombre d'années N au bout duquel le nombre P d'habitants dépasse le nombre S de personnes pouvant être nourries.

Demander P

Demander S

0→N *// On initialise le compteur à 0*

Tant que P≤ S

P prend la valeur 1,02*P

S prend la valeur 0,5+S

N prend la valeur N+1

Fin de Tant que *// Pour la première fois, P>S*

Afficher N

Le modèle exponentiel

Dans le modèle exponentiel de dynamique des populations, l'hypothèse qui est faite est la suivante :

« Le taux de variation de la population est proportionnel, en tout temps n, à la population P_n au temps n »

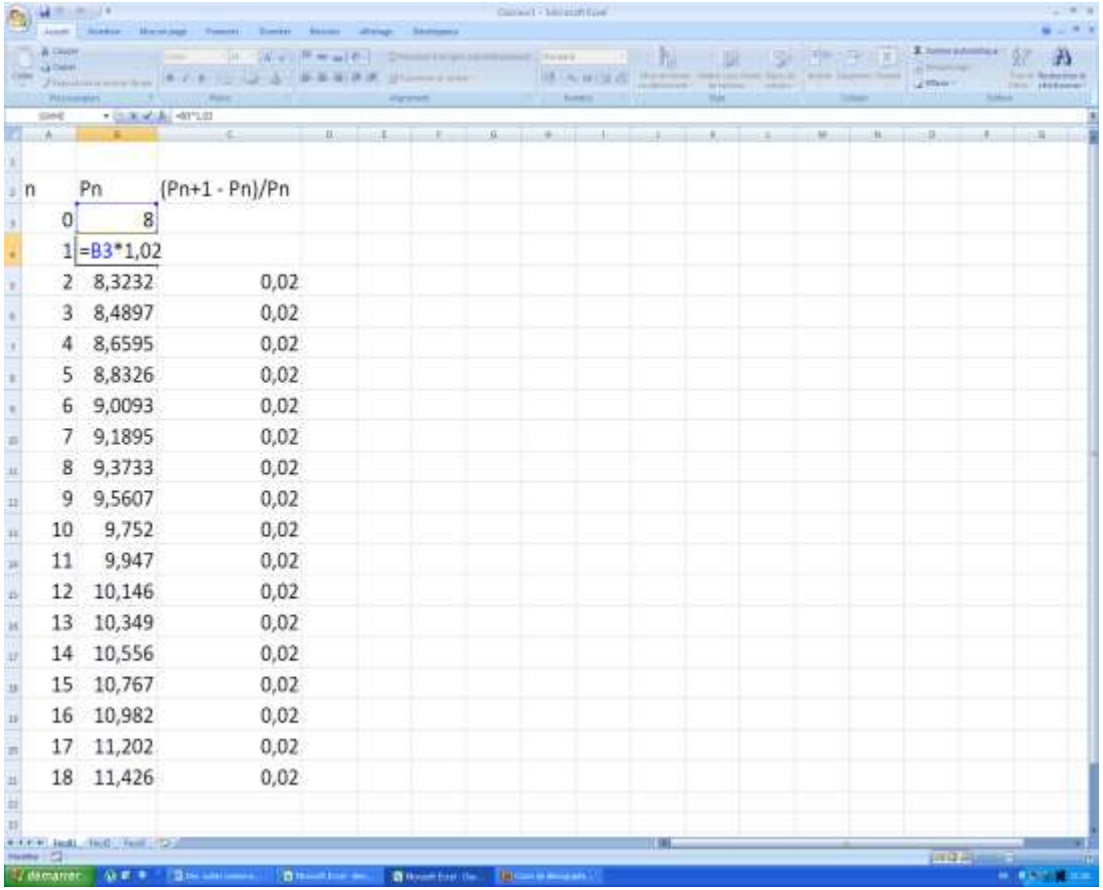
Le modèle de Malthus est un modèle exponentiel

Mettre en évidence le fait qu'une suite géométrique traduit un accroissement relatif constant

Expérimentation à l'aide du tableur puis justification algébrique.

	A	B	C	D	E
1					
2	n	Pn	(Pn+1 - Pn)/Pn		
3	0	8			
4	1	=B3*1,02			
5	2	8,3232	0,02		
6	3	8,4897	0,02		
7	4	8,6595	0,02		
8	5	8,8326	0,02		
9	6	9,0093	0,02		
10	7	9,1895	0,02		
11	8	9,3733	0,02		
12	9	9,5607	0,02		
13	10	9,752	0,02		
14	11	9,947	0,02		
15	12	10,146	0,02		

Mettre en évidence le fait qu'une suite géométrique traduit un accroissement relatif constant



n	Pn	(Pn+1 - Pn)/Pn
0	8	
1	=B3*1,02	
2	8,3232	0,02
3	8,4897	0,02
4	8,6595	0,02
5	8,8326	0,02
6	9,0093	0,02
7	9,1895	0,02
8	9,3733	0,02
9	9,5607	0,02
10	9,752	0,02
11	9,947	0,02
12	10,146	0,02
13	10,349	0,02
14	10,556	0,02
15	10,767	0,02
16	10,982	0,02
17	11,202	0,02
18	11,426	0,02

- Expérimentation à l'aide du tableur

- Justification algébrique

A partir de l'égalité $P_{n+1}=kP_n$

Montrer que

$$\frac{P_{n+1}-P_n}{P_n}=k-1$$

Dans ce modèle, le temps de doublement d'une population associé à un accroissement donné est indépendant de la taille de la population

	A	B	C
2	n	Evolution de la population Pn pour P0=2	
3	0	2	
4	1	=B3*1,05	
5	2	2,205	
6	3	2,31525	
7	4	2,4310125	
8	5	2,552563125	
9	6	2,680191281	
10	7	2,814200845	
11	8	2,954910888	
12	9	3,102656432	
13	10	3,257789254	
14	11	3,420678716	
15	12	3,591712652	
16	13	3,771298285	
17	14	3,959863199	
18	15	4,157856359	
19			
20			

	A	B	C
2	n	Evolution de la population Pn pour P0=3	
3	0	3	
4	1	=B3*1,05	
5	2	3,3075	
6	3	3,472875	
7	4	3,64651875	
8	5	3,828844688	
9	6	4,020286922	
10	7	4,221301268	
11	8	4,432366331	
12	9	4,653984648	
13	10	4,88668388	
14	11	5,131018074	
15	12	5,387568978	
16	13	5,656947427	
17	14	5,939794798	
18	15	6,236784538	
19			
20			

	A	B	C
2	n	Evolution de la population Pn pour P0=5,5	
3	0	5,5	
4	1	=B3*1,05	
5	2	6,06375	
6	3	6,3669375	
7	4	6,685284375	
8	5	7,019548594	
9	6	7,370526023	
10	7	7,739052325	
11	8	8,126004941	
12	9	8,532305188	
13	10	8,958920447	
14	11	9,40686647	
15	12	9,877209793	
16	13	10,37107028	
17	14	10,8896238	
18	15	11,43410499	
19			
20			

Retrouver les résultats contenus dans ce tableau à l'aide du tableur

Taux d' accroissement par an k	Temps de doublement en années
1	70
1,5	47
2	36
2,5	29
3	24
3,5	21
4	18

	A	B	C	D
1		Taux d'évolution k	1,04	
2				
3	n	Pn		
4	0	8		
5	1	=B4*C$1		
6	2	8,6528		
7	3	8,998912		
8	4	9,35886848		
9	5	9,733223219		
10	6	10,12255215		
11	7	10,52745423		
12	8	10,9485524		
13	9	11,3864945		
14	10	11,84195428		
15	11	12,31563245		
16	12	12,80825775		
17	13	13,32058806		
18	14	13,85341158		
19	15	14,40754804		
20	16	14,98384997		
21	17	15,58320396		
22	18	16,20653212		

Validité du modèle pour des prévisions à long terme

En supposant que la population mondiale suive un modèle exponentiel et en observant que celle-ci a doublé entre 1928 et 1970, on a obtenu un taux d'évolution k=1,0166.

En 1970 celle-ci était de 3,7 milliards d'individus.

En gardant la même évolution, quelle population pouvait-on prévoir pour la fin d'année 1980 ? 1990 ? 2000 ?

	A	B	C	D
4		Evolution de Pn suivant un taux d'accroissement de 1,66%		
5	n	Année	Pn	
6	0	1970	3,7	
7	1	1971	=C6*1,0166	
8	2	1972	3,823859572	
9	3	1973	3,887335641	
10	4	1974	3,951865413	
11	5	1975	4,017466378	
12	6	1976	4,08415632	
13	7	1977	4,151953315	
14	8	1978	4,22087574	
15	9	1979	4,290942277	
16	10	1980	4,362171919	
17	11	1981	4,434583973	
18	12	1982	4,508198067	
19	13	1983	4,583034155	
20	14	1984	4,659112522	
21	15	1985	4,73645379	
22	16	1986	4,821709958	
23	17	1987	4,908500737	
24	18	1988	4,996853751	
25	19	1989	5,086797118	
26	20	1990	5,178359466	
27	21	1991	5,271569937	

- Statistiques à postériori

1980	1990	2000
4,4	5,3	6

- Quelle population prévoit ce modèle pour 2670 ?

Sachant que la superficie des terres émergées est de 10^{14} m^2 vérifier que dans cette hypothèse, il y aurait 4 personnes par m^2 de terre.

Savoir réinvestir ses connaissances

Les Mathématiques comme outil de compréhension du monde

Analyse d'une animation de l'INED

L'INED propose sur son site une animation sur l'évolution de la population mondiale .

« *La population mondiale compte 7 milliards d'habitants, contre un milliard il y a deux siècles. Combien serons-nous demain ?*

Chaque seconde, notre planète compte en moyenne deux personnes de plus, ce qui représente 200 000 par jour, 75 millions par an. Rapportés aux 6 milliards et demi de 2005, c'est 1,2% en plus par an. A ce rythme de 1,2% par an, la population double en près de 60 ans. S'il se maintenait, les 6 milliards et demi de 2005 deviendraient 13 milliards en 2065 »

Algorithmique et programmation d'une macro en basic sur tableur

Exemple : temps de doublement d'un capital

Algorithme :
Entrée
    Saisir *i*
Initialisation
    n prend la valeur 0
    C prend la valeur 10 000
Traitement
    Tant que *C* < 20 000
        n prend la valeur *n* + 1
        C prend la valeur (1 + *i*) * *C*
    Fin Tant que
Sortie
    Afficher *n*

Algorithmique et programmation d’une macro en basic sur tableur

- Ouvrir l’**éditeur de programmes** (macros) du tableur.
  - – Tableur OpenOffice Calc : menu Outils/Macros/Gérer les macros/OpenOffice.org Basic... puis cliquer sur Éditer.
  - – Tableur Excel : clic droit sur l’onglet Feuil1 puis « Visualiser le code » ou
    Excel antérieur à 2007 : menu Outils/Macro/Visual Basic Editor.
    Excel 2007 ou plus : onglet Développeur/Visual Basic.
- Saisir le programme dans l’éditeur de programmes.
- Exécuter le programme en cliquant sur le bouton « flèche verte ».

Algorithmique et programmation d'une macro en basic sur tableur

Fichier Édition Affichage Outils Fenêtre Aide

[Mes macros et boîtes de dialogue].Standar

<Non localisé>

Exécuter le BASIC (F5)

```
REM  *****  BASIC  *****

Sub doublement
i=CDbl(InputBox("Entrer le taux i"))
n=0
C=10000
While C<20000
n=n+1
C=(1+i)*C
Wend
MsgBox("Doublement du capital pour n valant : "&n)
End Sub
```

←Editeur OpenOffice

Editeur Excel (VBA)

↓

Insertion Format Débogage Exécution Outil

Exécuter Sub/UserForm (F5)

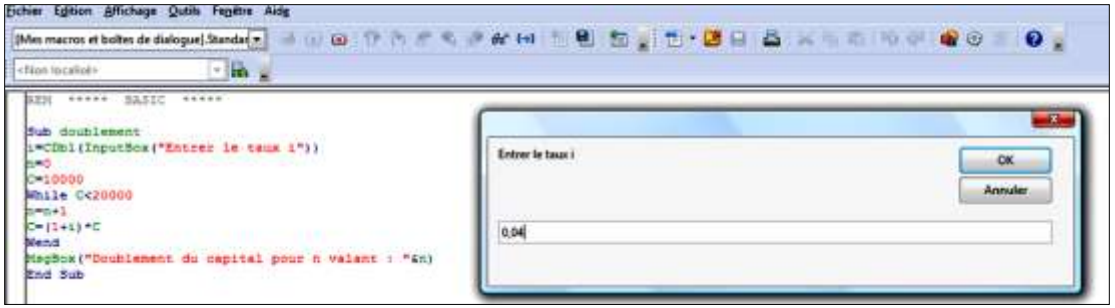
```
Sub doublement()
i = Application.InputBox("Entrer le taux i", Type:=1)
n = 0
C = 10000
While C < 20000
n = n + 1
C = (1 + i) * C
Wend
MsgBox ("Doublement du capital pour n valant " & n)
End Sub
```

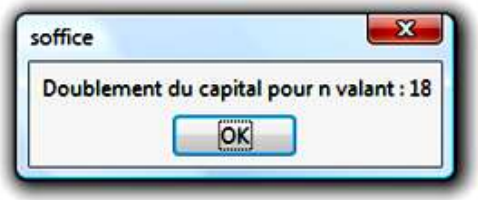
Algorithmique et programmation d'une macro en basic sur tableur

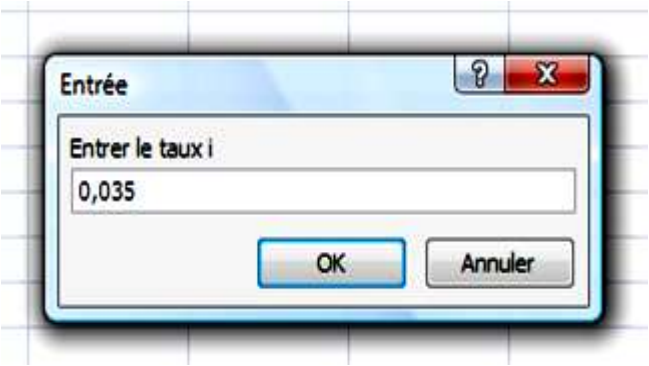
Affichage

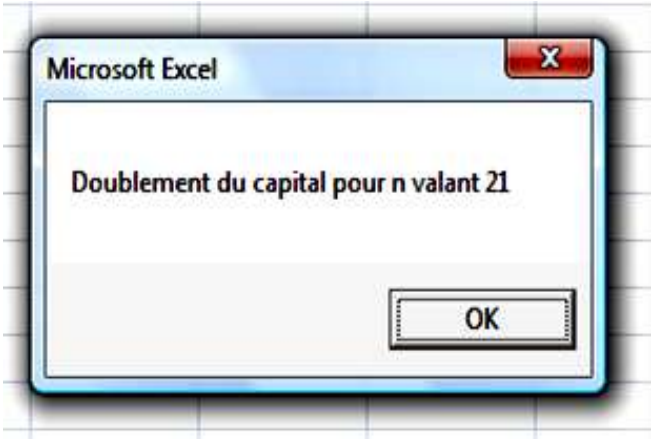
pour i = 0,04
(OpenOffice)

et pour i = 0,035
(Excel)









x_K

FONCTIONS

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Dérivation Fonction dérivée d'une fonction polynôme de degré 2. Application à l'étude des variations de la fonction.	Déterminer l'expression de la fonction dérivée d'une fonction polynôme de second degré. **Utiliser le signe de la fonction dérivée pour retrouver les variations du trinôme** et pour déterminer son extremum. Déterminer une équation de la tangente en un point du graphe d'une fonction du second degré Tracer cette tangente	La fonction dérivée, pour le degré 2 comme pour le degré 3 est définie par son expression formelle obtenue à partir de la fonction étudiée. Aucun développement théorique sur son existence n'est attendu. **On admet le lien entre la fonction dérivée et les variations de la fonction étudiée**. La tangente en un point K d'abscisse est définie comme la droite passant par K et de coefficient $f'(x_K)$

∞

Retrouver une fonction à partir du signe de sa fonction dérivée

x	
f1(x)=2x+4	

x	
f3(x)=2x-10	

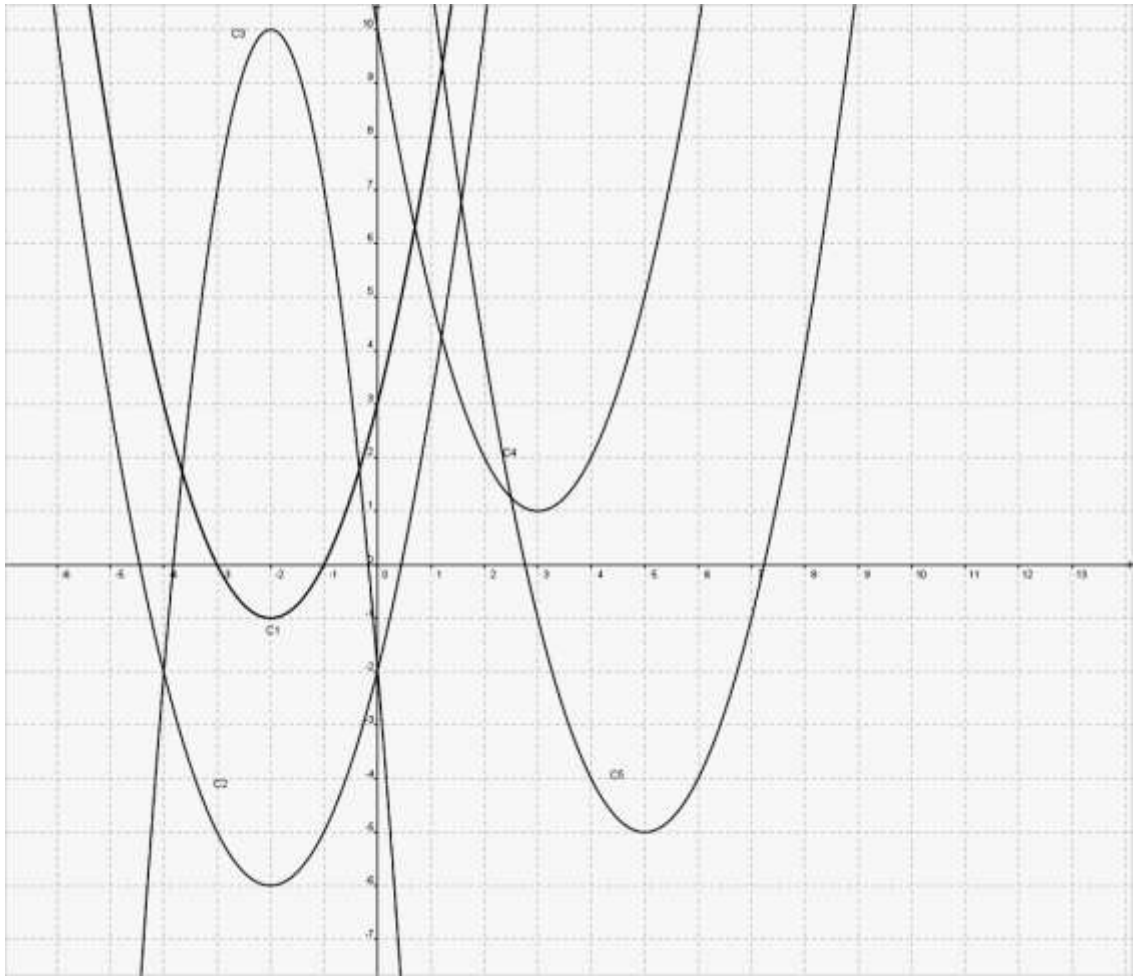
Compléter le tableau de signe des fonctions affines

x	
f2(x)=-6x-12	

La fonction f1 est la fonction dérivée d'une fonction F1, la fonction f2 est la fonction dérivée d'une fonction F2, et la fonction f3 , celle d'une fonction F3. En exploitant le lien entre le signe de la fonction dérivée f' et les variations de la fonction f compléter les tableaux suivants :

x	- ∞ + ∞
Variations de Fi	

Parmi les courbes suivantes , quelles sont celles susceptibles de représenter les fonction F1,F2 et F3



Nombre dérivé et vitesse

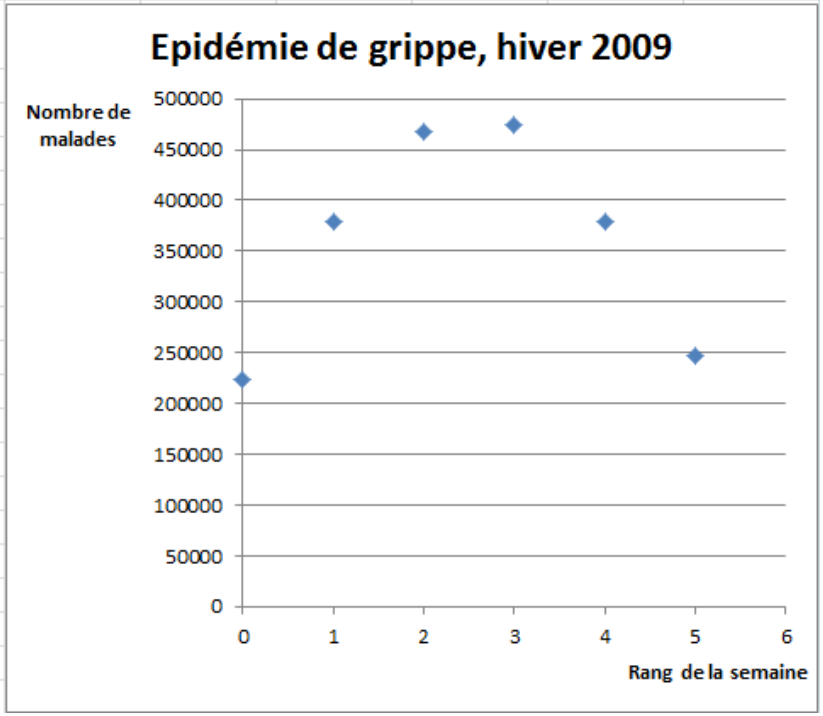
La notion de vitesse associée au nombre dérivé peut être mise en évidence à l'aide des tangentes. Graphiquement, il est aisé de se rendre compte de l'augmentation plus ou moins rapide d'une quantité ou de sa diminution en comparant les tangentes à la courbe en différents points.

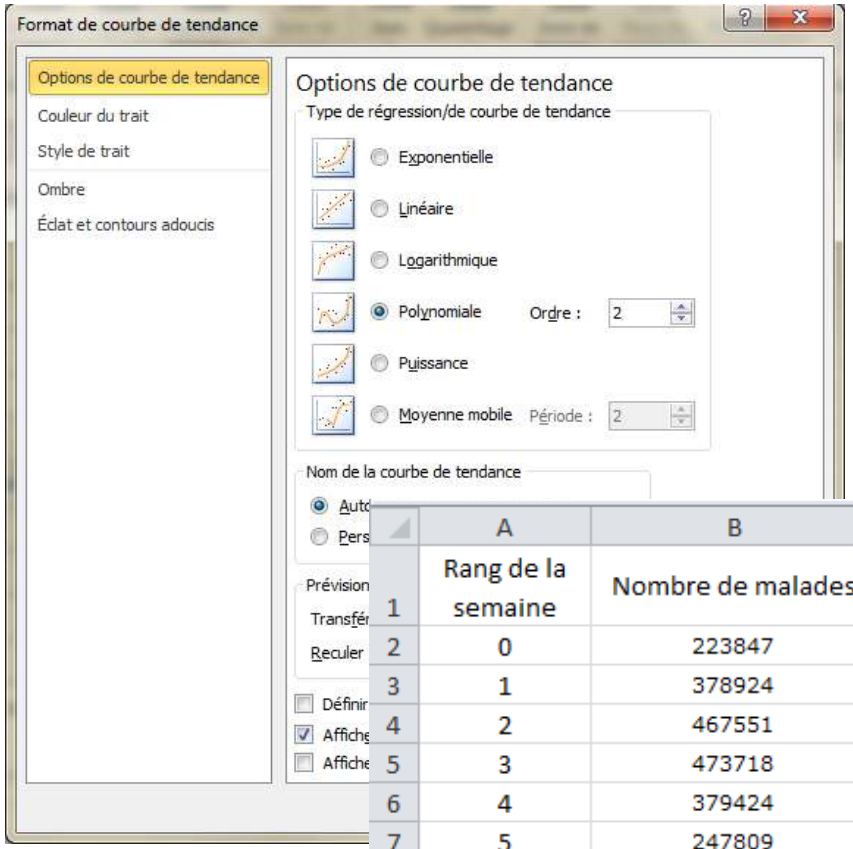
Étude de l'épidémie de grippe de l'hiver 2009.

Semaine	46	47	48	49	50	51
Rang de la semaine	0	1	2	3	4	5
Nombre de cas	223 847	378 924	467 551	473 718	379 424	247 809

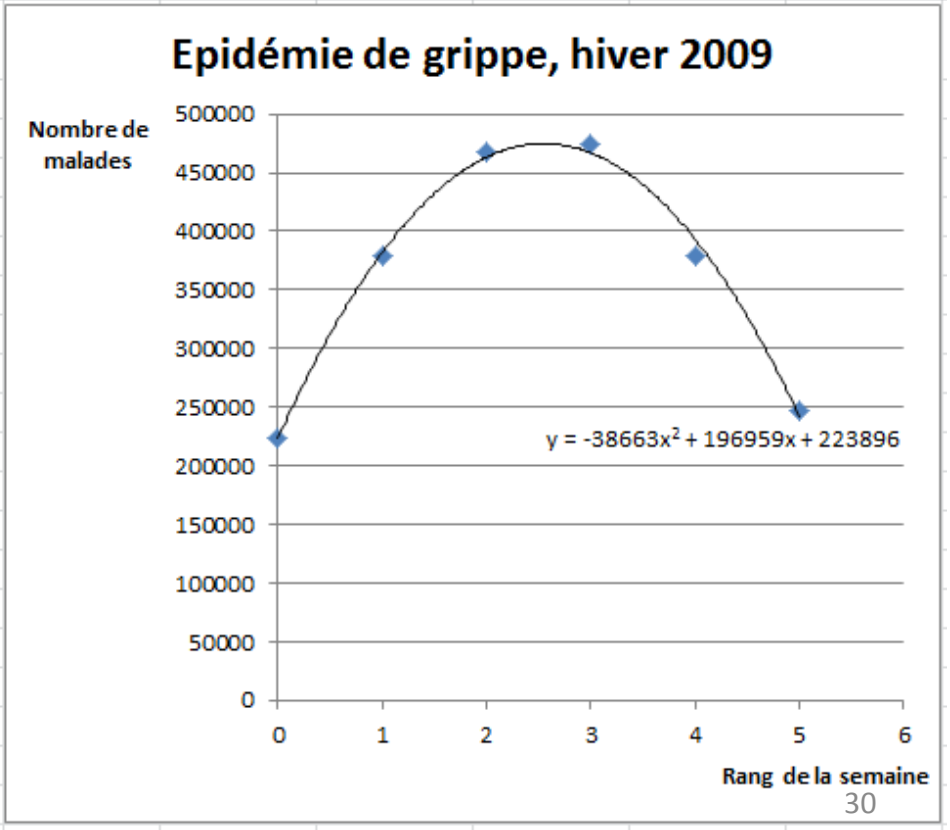
Données réseau Sentinelles, INSERM, UPMC

	A	B
1	Rang de la semaine	Nombre de malades
2	0	223847
3	1	378924
4	2	467551
5	3	473718
6	4	379424
7	5	247809





	A	B
1	Rang de la semaine	Nombre de malades
2	0	223847
3	1	378924
4	2	467551
5	3	473718
6	4	379424
7	5	247809



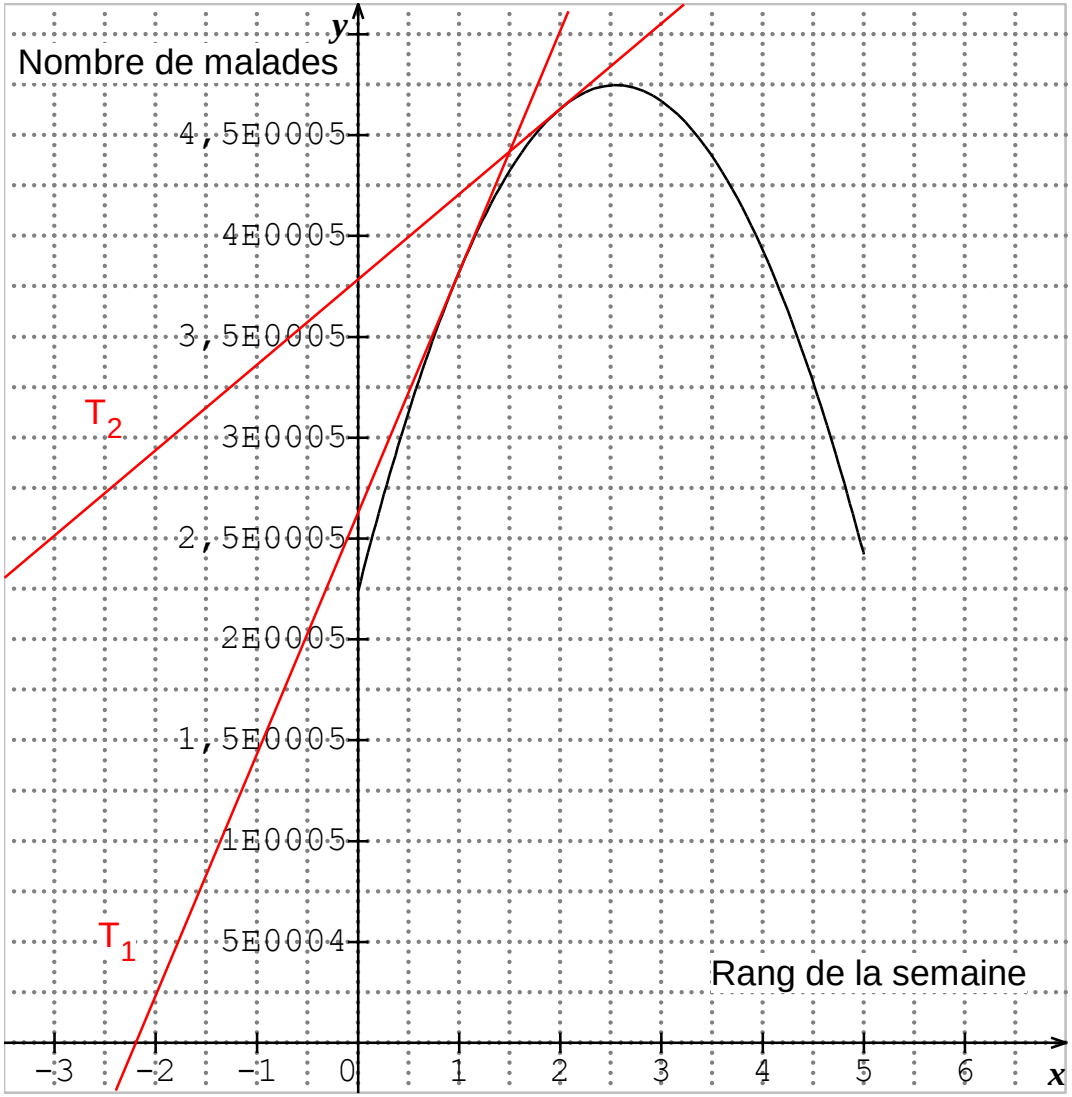
A partir de la fonction f et de sa courbe, on étudie la vitesse de propagation ou de disparition de la grippe à un instant x en lien avec le nombre dérivé de la fonction f en x.

On considère la fonction f définie sur [0 ; 5] par

$$f(x) = -38\,663\,x^2 + 196\,959\,x + 223\,896.$$

Cette fonction modélise le nombre de personnes malades en France lors de l'épidémie de grippe de la fin de l'année 2009 : x est le rang de la semaine étudiée et $f(x)$ est une estimation du nombre de personnes malades, en milliers, la semaine de rang x.

La fonction f' est définie sur [0 ; 5] par

$$f'(x) = -77\,326\,x + 196\,959.$$

La propagation est plus rapide la semaine 47 que la semaine suivante