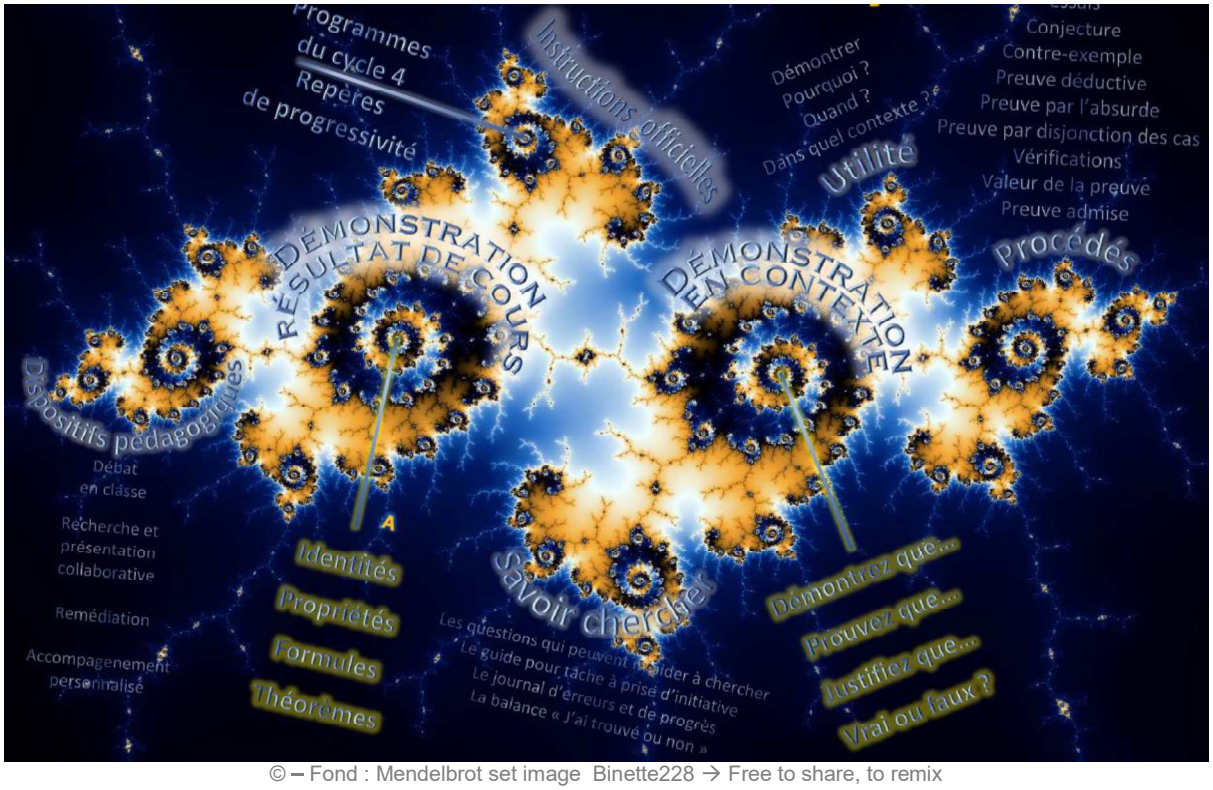
PARTIE 1 : DÉMONTRER ET RAISONNER

Alberto Ahumada – Collège Roger Martin du Gard d'Epinay-sur-Seine (93)
Loïc Asius – Collège La Liberté de Drancy (93)
Martine Brunstein – Collège du Parc de Sucy-en-Brie (94)
Julie Carry – Collège République de Bobigny (93)
Arnaud Davin – Collège Pierre Sémard de Drancy (93)
Pascal Fabrègues – Collège Condorcet de Pontault-Combault (77)
Romain Lancini – Collège F. Giroud de Vincennes (94)
Linda Magrini – Collège Pierre Sémard de Drancy (93)
Mohammed Mesmoudi – Collège J.Y. Cousteau de Bussy-Saint-Georges (77)



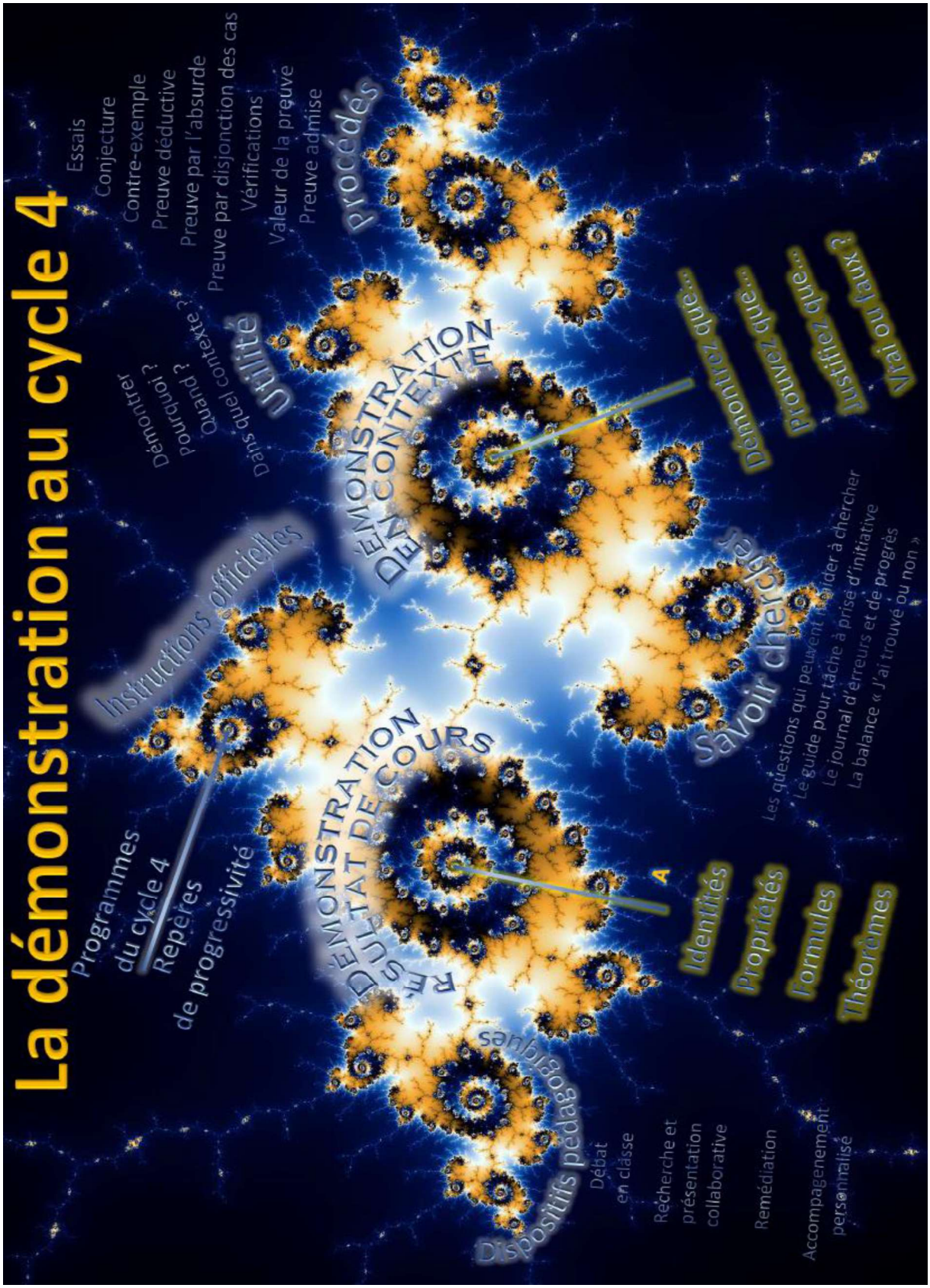
© – Fond : Mendelbrot set image Binette228 → Free to share, to remix

Introduction

Extraits du Bulletin officiel n° 30 du 26-7-2018.
© Ministère de l'Éducation nationale - www.education.gouv.fr
« La formation au raisonnement et l'initiation à la démonstration sont des objectifs essentiels du cycle 4. Le raisonnement, au cœur de l'activité mathématique, doit prendre appui sur des situations variées (par exemple problèmes de nature arithmétique ou géométrique, mais également mise au point d'un programme qui doit tourner sur un ordinateur ou pratique de jeux pour lesquels il faut développer une stratégie gagnante, individuelle ou collective, ou maximiser ses chances).
Le programme du cycle 4 permet d'initier l'élève à différents types de raisonnement, le raisonnement déductif, mais aussi le raisonnement par disjonction de cas ou par l'absurde. La démonstration, forme d'argumentation propre aux mathématiques, vient compléter celles développées dans d'autres disciplines et contribue fortement à la formation de la personne et du citoyen (domaine 3 du socle). L'apprentissage de la démonstration doit se faire de manière progressive, à travers la pratique (individuelle, collective, ou par groupes), mais aussi par l'exemple. C'est pourquoi il est important que le cours de mathématiques ne se limite pas à l'application de recettes et de règles, mais permette de mettre en place quelques démonstrations accessibles aux élèves. De nombreux résultats figurant dans ce programme peuvent être démontrés en classe, selon des modalités variées : certaines démonstrations peuvent être élaborées et mises au point par les élèves eux-mêmes (de manière individuelle ou collective), sous la conduite plus ou moins forte du professeur ; d'autres, inaccessibles à la recherche des élèves, tireront leur profit des explications et des commentaires apportés par le professeur. Certaines démonstrations possibles (aussi bien sur les nombres et le calcul qu'en géométrie) sont identifiées dans le programme. Les enseignants ont la liberté de choisir ceux des résultats qu'ils souhaitent démontrer ou faire démontrer, en fonction du niveau et des besoins de leurs élèves. Enfin, il vaut mieux déclarer « admise » une propriété non démontrée dans le cours (qui pourra d'ailleurs l'être ultérieurement), plutôt que de la présenter comme une « règle ». Une propriété admise gagne à être explicitée, commentée, illustrée.
En complément, dans le cadre du travail personnel soumis aux élèves, beaucoup d'exercices et de problèmes peuvent servir de support à la démonstration. De manière à encourager les élèves dans l'exercice de la démonstration, il est important de ménager une progressivité dans l'apprentissage de la recherche de preuve et de ne pas avoir trop d'exigences concernant le formalisme.
L'apprentissage des mathématiques est facilité si la présentation des notions est faite sous différents angles, correspondant parfois à des niveaux de généralité et d'abstraction différents. À titre d'exemples, les nombres négatifs peuvent être reliés à des contextes familiers des élèves (températures, gains et pertes, altitudes et profondeurs), puis être représentés sur la droite graduée avant d'être interprétés comme de nouveaux nombres rendant possibles toutes les soustractions. Les égalités à trous $a + \cdots = b$ et $a \times \ldots = b$ facilitent la compréhension de la différence et du quotient de deux nombres, tout comme les programmes de calcul constituent le versant procédural des expressions algébriques. La diversité des registres de représentation (symbolique, graphique, numérique) et le passage des uns aux autres sont particulièrement efficaces pour l'apprentissage de la notion de fonction. Mais la compréhension des mathématiques ne se limite pas à celle de chacune des notions qui les constituent. Elle doit être globale. Cela s'opère à la fois par la mise en liens des notions nouvelles avec les notions antérieurement étudiées et la mise en relief de points communs entre des notions apparemment éloignées, voire étrangères les unes aux autres. Le programme mentionne un certain nombre de ces liens.
Pour certains élèves, l'accès à l'abstraction ne peut se faire que s'il est précédé par deux phases intermédiaires : celle de la manipulation, puis celle de la verbalisation (mise en mots) ou de la représentation (mise en images). De nombreux objets réels (carreaux de mosaïque, morceaux de ficelle, balances et autres instruments de mesure, solides, etc.) permettent

d'approcher certaines notions abstraites (numération, fractions, équations, aires et volumes, etc.) de manière tactile, sensorielle. Il ne faut pas se priver d'y recourir lorsque cela s'avère nécessaire, même au collège.

La mise en mots (par oral ou par écrit) dans le langage courant, véritable moyen de développer sa pensée, aide à la compréhension, à la mémorisation et à la routinisation de connaissances et de procédures. En parallèle et en complément, la constitution d'un répertoire d'images mentales est un autre atout pour la mémorisation.

Une trace de cours claire, explicite et structurée aide l'élève dans l'apprentissage des mathématiques. Faisant suite aux étapes importantes de recherche, de découverte, d'appropriation individuelle ou collective, de présentation commentée, de débats, de mise au point, la trace écrite récapitule de façon organisée les connaissances, les procédures et les stratégies étudiées. Ne se limitant pas à un catalogue de recettes, mais explicitant les objectifs et les liens, elle constitue pour l'élève une véritable référence vers laquelle il pourra se tourner autant que de besoin et tout au long du cycle. Sa consultation régulière (notamment au moment de la recherche d'exercices et de problèmes, sous la conduite du professeur ou en autonomie) favorise à la fois la mise en mémoire et le développement de compétences. Le professeur doit avoir le souci de la bonne qualité (mathématique, rédactionnelle) des traces figurant au tableau ou dans les cahiers d'élèves. En particulier, il est essentiel de distinguer le statut des énoncés (définition, propriété – admise ou démontrée –, conjecture, démonstration, théorème) et de respecter les enchaînements logiques. Pour être accessible au plus grand nombre, y compris les familles et les accompagnateurs du périscolaire, la mise en mots de certains énoncés mathématiques gagne à être reformulée dans le langage courant. »

Carte mentale