

B. Démontrer en calcul littéral

Martine BRUNSTEIN – Collège du Parc de Sucy en Brie (94)
Niveau : 4^{ème} ou 3^{ème}



Les élèves étant disposés en îlots lorsqu'ils sont en cours de maths, cette activité est proposée très rapidement en travail de groupe en fin de cours dans le dernier quart d'heure d'une séance et cela pendant 3 ou 4 séances consécutives.

Dans le manuel utilisé en classe (« Mission Indigo » classe de 3^{ème} Hachette-Education), ce type d'exercices est récurrent dans plusieurs chapitres. Et plusieurs entraînements peuvent donc être envisagés.

Quelques règles sont toujours rappelées :

- Règle 1 : Un énoncé mathématique est soit vrai, soit faux.
- Règle 2 : Des exemples qui vérifient un énoncé ne suffisent pas pour prouver que cet énoncé est vrai dans tous les cas.
- Règle 3 : Un exemple qui ne vérifie pas un énoncé suffit pour prouver que cet énoncé est faux.

Cet exemple est appelé « contre-exemple ».

Les élèves sont déjà habitués au protocole suivant : tester-observer-conjecturer-expliquer et ils ont déjà lors de débats oraux utilisé des contre-exemples. De vraies discussions ont lieu entre les membres d'un même groupe avec des explications très vives pour les plus en difficulté.

Chaque élève doit avoir compris et doit être capable de l'expliquer ensuite oralement lors de la correction collégiale. Une seule feuille de synthèse est par ailleurs relevée.

Voici un exemple :

Exercice 76 p 33 Mission Indigo manuel utilisé en classe

76 Débats

Prise
d'initiative

Lors d'une réflexion en groupe, cinq élèves affirment :



Kim

L'opposé du produit de deux nombres est égal au produit des opposés.

Si a est un nombre relatif, $-a$ est toujours un nombre négatif.



Juliette



Esteban

Le carré de n'importe quel nombre relatif est positif.

Le produit de 100 nombres relatifs, dont le quart est positif, est positif.



Lucas



Léila

Le cube de n'importe quel nombre relatif est positif.

- Ces affirmations sont-elles correctes ? Justifier.

Voici quelques extraits de copies :

Kim: Cette affirmation est fautive car lorsque les signes sont opposés, voir exemple.

ex: $3 \times 3 = 9$ ~~est~~ est l'opposé de -9 .

$$(-3) \times (-3) = 9$$

$$9 \neq -9$$

Kim: Son affirmation est fautive car: $2 \times 5 = 10$ et que $-2 \times -5 = 10$. Les produits sont égaux car ($10 = 10$). Et si on effectue: $-2 \times 5 = -10$ et $2 \times (-5) = -10$. Les produits sont égaux ($-10 = -10$) @ qui prouve que cette affirmation est fautive

Vérification par un exemple et généralisation non faite :

Esteban :

Cette affirmation est vraie car

$$\text{ex: } 3 \times 3 = 9 \quad -3 \times (-3) = 9$$

Le carré de ces nombre relatifs est toujours positif.

Généralisation tout de suite envisagée par le groupe :

Esteban : son affirmation est correcte car si on multiplie deux nombres de même signe on obtient un résultat positif. puis on multiplie les distances à 0

L'affirmation de Lucas est celle qui a été trouvée le plus vite par l'ensemble des groupes et tout de suite généralisée :

Lucas :

Cette affirmation est fautive car le quart de 100 est égale à 25 ^{positif} donc il y a 75 nombre négatif.

Il y a donc un nombre impair de nombre négatif.

Donc le produit est négatif.

Utilisation d'un contre-exemple :

Pépa à Faux car

$$3^3 = 3 \times 3 \times 3$$

$$3^3 = 27$$

$$-3^3 = -3 \times -3 \times -3$$

$$-3^3 = -27$$

Donc c'est faux

CHERCHER

S'engager dans une démarche scientifique, observer, questionner, manipuler, expérimenter (sur une feuille de papier, avec des objets, à l'aide de logiciels), émettre des hypothèses, chercher des exemples ou des contre-exemples, simplifier ou particulariser une situation, émettre une conjecture.

RAISONNER

Démontrer : utiliser un raisonnement logique et des règles établies (propriétés, théorèmes, formules) pour parvenir à une conclusion.

Fonder et défendre ses jugements en s'appuyant sur des résultats établis et sur sa maîtrise de l'argumentation.

Domaines du socle : 2, 3, 4

COMMUNIQUER

Expliquer à l'oral ou à l'écrit (sa démarche, son raisonnement, un calcul, un protocole de construction géométrique, un algorithme), comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

Vérifier la validité d'une information et distinguer ce qui est objectif et ce qui est subjectif ; lire, interpréter, commenter, produire des tableaux, des graphiques, des diagrammes.

Domaines du socle : 1, 3