

III – Démonstrations en contexte

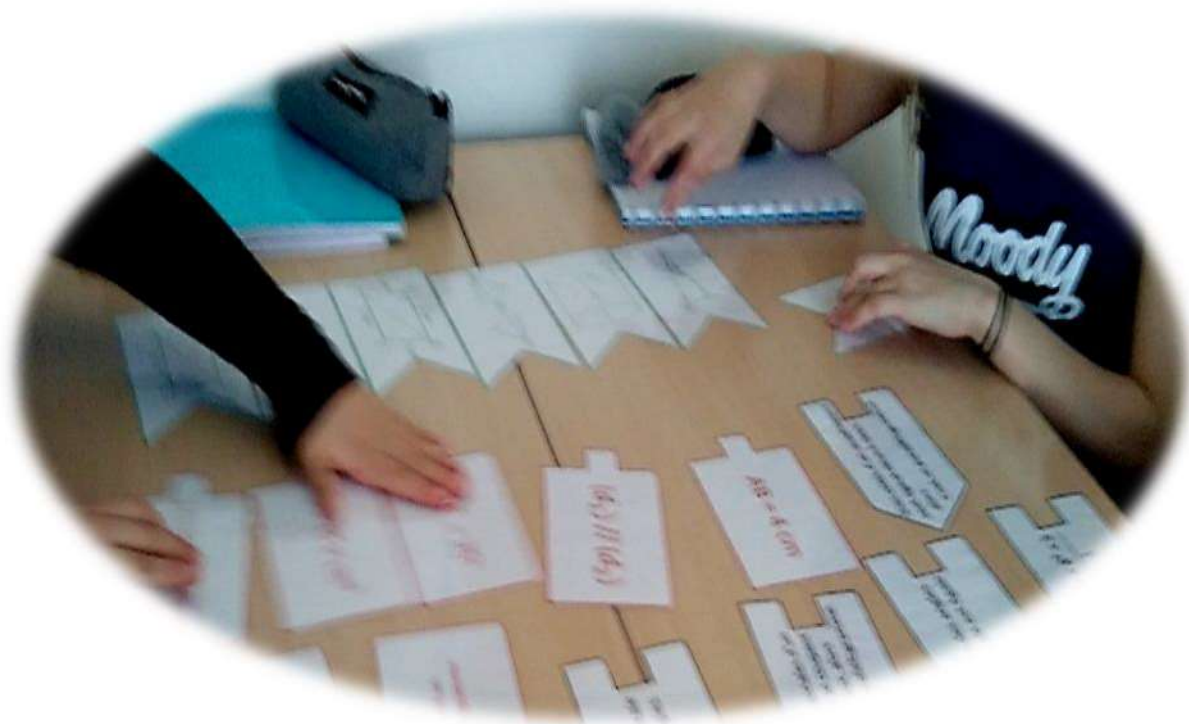
A. Présentation de la démonstration en géométrie à une classe de quatrième

Linda MAGRINI - Collège Pierre SEMARD de Drancy (93)

Arnaud DAVIN - Collège Pierre SEMARD de Drancy (93)

Niveau : 4^{ème}

Durée : 3 séances



Le but des séances décrites ci-après est de présenter aux élèves d'une classe de 4^{ème} la logique du raisonnement déductif utilisé en géométrie.

Première séance : Jeu de l'oie

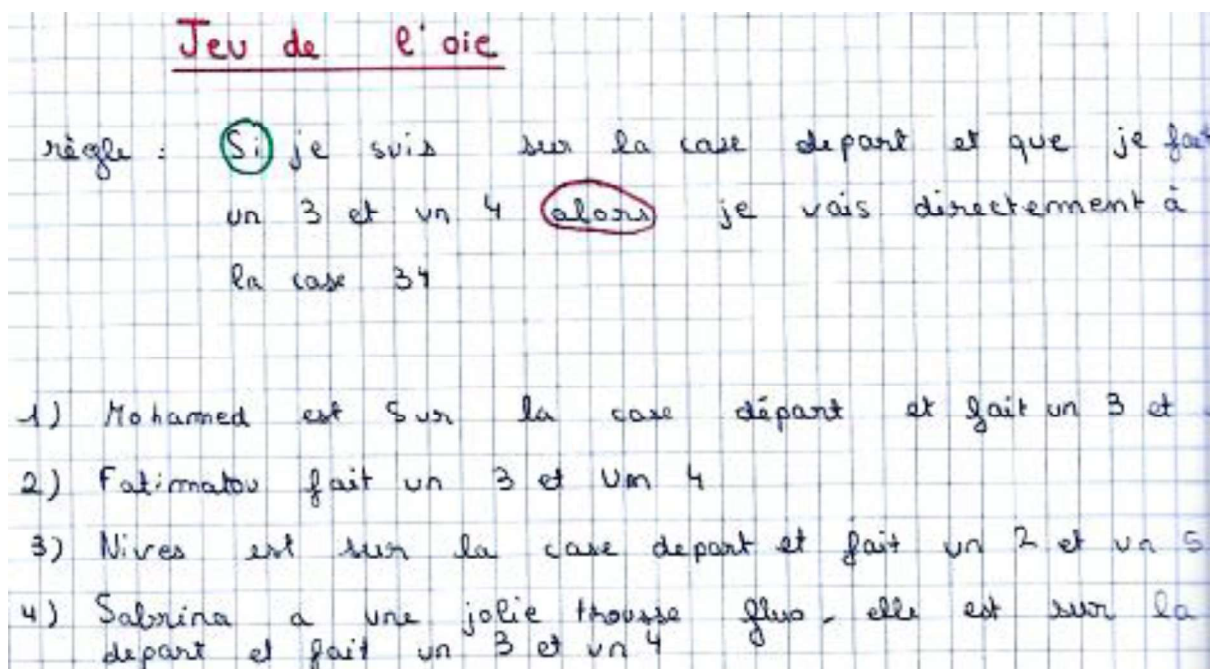
En classe entière, une séance interactive est organisée. Le professeur présente le jeu déductif au tableau et utilise les réponses des élèves pour le faire avancer.

En utilisant le principe du jeu de l'oie, le professeur propose aux élèves une règle qui sert de propriété déductive.

Règle

Si on est sur la case départ, et qu'on fait un 3 et un 4 avec les dés, on se dirige directement sur la case 34.

Ensuite, en relevant le nom des élèves à mesure qu'ils interviennent afin de les impliquer pleinement, le professeur envisage différents cas, et attend que la classe propose les conclusions qu'il est possible d'en tirer.



Quatre cas sont envisagés :

- Le cas simple où les hypothèses sont réalisées, donc la conclusion est obtenue.
- Le cas où une hypothèse est contredite, et donc il y a impossibilité d'obtenir la conclusion.
- Le cas où il manque une hypothèse, peut-on alors la prouver ? Par une démonstration étape ? Ou alors non ? Et dans ce cas on ne peut pas conclure.
- Le cas où il y a des hypothèses inutiles, cela n'empêche aucunement la conclusion mais parasite le raisonnement.

Hypothèses (Je sais que)	Propriété (Or)	Conclusion (Donc)
<ul style="list-style-type: none"> - case départ - 3 et 4 	On a toute les hypothèses de vérifiées, on peut utiliser la règle.	1) Mohamed \rightarrow 34
<ul style="list-style-type: none"> - 3 et 4 	Il manque une hypothèse. On ne peut pas utiliser la règle tant qu'on ne sais pas où ai elle est.	2) Fatimatu \rightarrow ?
<ul style="list-style-type: none"> - case départ - 2 et 5 	Il ya une hypothèse contredite. On ne peut pas utiliser la règle.	3) Nires \rightarrow 34
<ul style="list-style-type: none"> - (J'ai trousse) - 3 et 4 - case départ 	On utilise la règle. On ne met pas les hypothèses inutiles.	4) Sabrina \rightarrow 34

Cela permet également d'envisager les mots de vocabulaire (de la démonstration) ou les expressions d'introduction aux différentes étapes.

Deuxième séance : Mais qui a tué M^{ELLE} ROSE ?

Cette séance se déroule en demi-classe, et les élèves sont rassemblés en groupes de quatre.

Énigme page 1

Mais qui a tué Melle Rose ?

A Rio de Janeiro, où la violence n'est pas rare (250 meurtres par mois, dont 65% par armes à feu), vous, policier, venez enquêter sur un crime qui vient d'être commis dans un appartement au 4^{ème} étage d'un immeuble du quartier d'Estácio : une jeune fille, Cassandra Rose, a été assassinée.

Le corps est retrouvé nu, allongé dans la salle à manger, sans aucune autre blessure apparente qu'une balle dans la tête. Un revolver 9mm est posé sur une étagère de la cuisine, à côté d'une statue de Bouddha en bronze couverte de sang, et d'une rangée de cinq couteaux de boucher, fraîchement lavés.

Quatre personnes étaient présentes dans l'appartement lors du meurtre : Diane Leblanc, Jacques Moutarde, Eleanor Pervenche et Victor Violet. Ils ne se connaissent pas et ne sont donc pas complices, tous nient être l'auteur du crime.

Les analyses que vous avez demandées :

- Le test pour savoir s'il y a des résidus de poudre (pour les armes à feu) sur les doigts des suspects est négatif pour Jacques et Eleanor, positif pour Diane et Victor.
- Le sang retrouvé sur le bouddha est celui de la victime.
- L'analyse gastrique (estomac) montre qu'aucun empoisonnement n'a eu lieu, le dernier repas ingurgité par la victime était un coxinha (beignet de légumes ou poulet) et un sucos (jus de fruit frais).
- Le test au luminol (permettant de voir les traces de sang par luminescence dans le noir) montre une grande trace partant de la salle à manger, en passant par la chambre, jusqu'à une grosse tâche dans la baignoire de la salle de bain.
- L'analyse ADN d'une cellule retrouvée sur la gâchette du revolver est celui d'une femme.
- Les stries de la balle retrouvée dans le crâne de la victime correspondent à celles du pistolet 9mm retrouvé dans la cuisine.

Énigme page 2

Mais qui a tué Melle Rose ?

L'arme	Le lieu	Le coupable
On sait que	On sait que	On sait que
Or	Or	Or
Donc	Donc	Donc
		Or
		Donc

Les élèves reçoivent les énoncés de l'énigme policière. Le professeur vérifie qu'ils comprennent tout le vocabulaire. Il les laisse alors mener leur enquête en autonomie.

L'ensemble des groupes trouve l'arme, le lieu et l'assassin. Ils présentent globalement bien le raisonnement qui prouve leurs choix.

Exemple :

L'arme

On sait que un revolver en de 9 mm a été retrouvé

Or les stries de la balle retrouvée dans le crâne de la victime correspondent à celles du pistolet 9 mm retrouvé dans la cuisine

Donc l'arme du crime utilisé est le revolver

Mais seuls certains pensent à vérifier si l'hypothèse des autres « armes » est impossible, et seulement de manière partielle.

Exemple :

L'arme

On sait que l'arme peut être un revolver de 9 mm ou bien le ~~Beudrah~~ en bronze ou les couteaux ou bien l'empoisement

Or sur le corps de la jeune fille on retrouve un trou par balle de 9 mm. De plus aucune trace d'empoisement n'a été trouvée ~~des arres retrouvés sur la pelle correspondent à l'arme~~

Donc le revolver de 9 mm est bien l'arme du crime de Kassandra Rose.

Le raisonnement à deux étapes est relativement bien mené.

Exemple :

Le coupable

On sait que il y a 4 personnes dans l'appartement (Jacques, Eleanor, Diane et Victor).

Or Il y a des traces de poudre d'arme à feu sur Diane et Victor et ceux-ci d'après le premier test.

Donc la personne qui a tué (Melle Rose) est soit Diane ou Victor

Or l'analyse ADN a montré sur la gâchette du pistolet des cellules d'une femme.

Donc Celle qui a tué (Melle Rose) est Diane car c'est la seule femme avec des traces d'ADN sur la gâchette du pistolet.

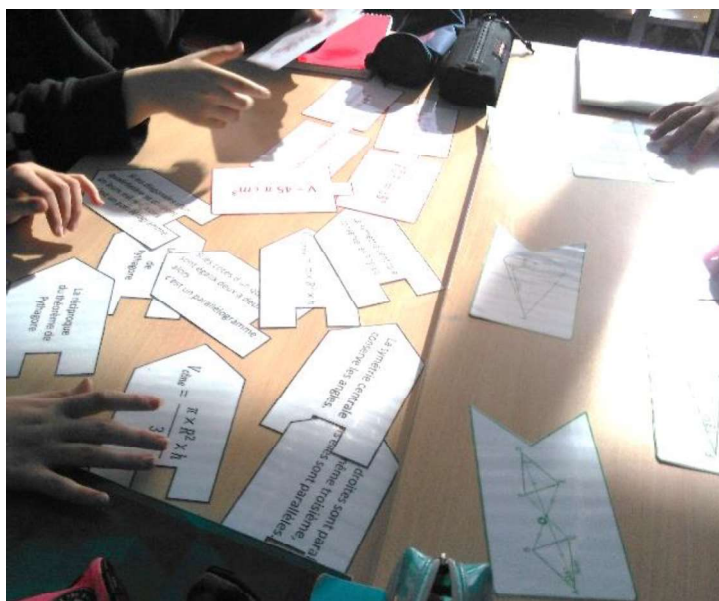
Troisième séance : Le Puzzle

Un jeu de pièces de puzzle est donné aux élèves. Il comprend des pièces de différentes couleurs :

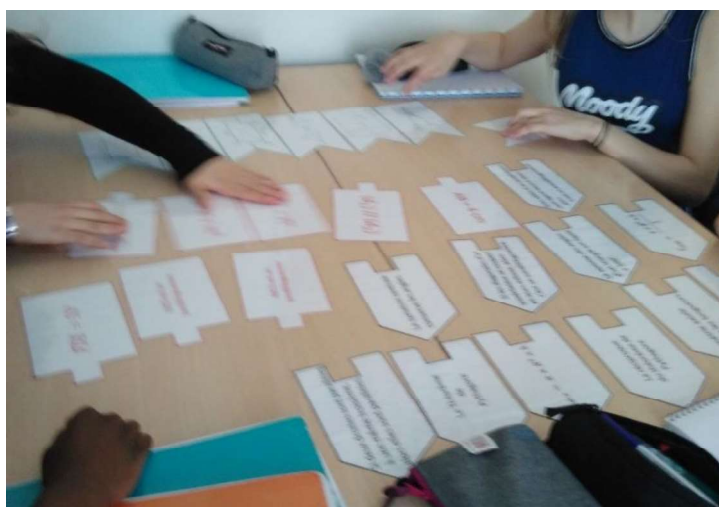
- vertes représentant les hypothèses ;
- noires pour les propriétés ;
- rouges pour les conclusions.

Les élèves, à nouveau répartis en groupes de 4, doivent reconstituer les raisonnements, sachant que plus de pièces sont présentes que nécessaire.

Les élèves s'impliquent très volontiers dans cette activité. Le professeur n'intervient que pour valider leurs multiples propositions, en répondant par exemple « Il y a 3 erreurs » ou encore « Il faut regarder de plus près les hypothèses ».



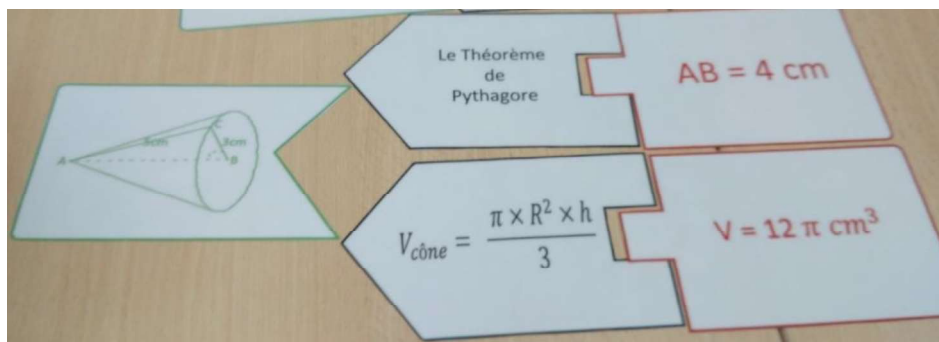
Certains élèves se montrent méthodiques. Ils répartissent les pièces par catégories afin de les associer plus facilement.



Cependant personne ne pense de lui-même à vérifier si son choix est valide. C'est seulement après consultation du professeur que les élèves vérifient si les calculs qu'ils attribuent au théorème de Pythagore sont les bons ; ou si les volumes correspondent bien aux figures considérées.

Une fois l'ensemble des associations réalisées, le professeur leur donne une dernière pièce de puzzle qui nécessite une démonstration en deux temps.

Quand ils comprennent enfin qu'il faut deux étapes, la question du positionnement de celles-ci se pose. Peut-on les mettre en parallèles ?

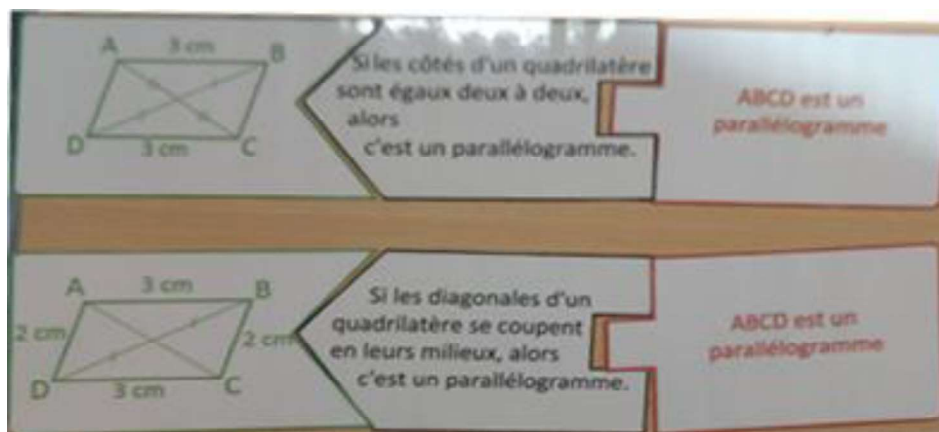


Après un temps de questionnement, l'évidence s'impose : il faut qu'elles se suivent car l'hypothèse de départ ne peut pas directement aboutir à la conclusion finale, sinon le raisonnement par étapes serait inutile.

Pour finir la séance, le professeur demande aux élèves de rédiger par écrit les raisons de leurs choix pour chaque association.

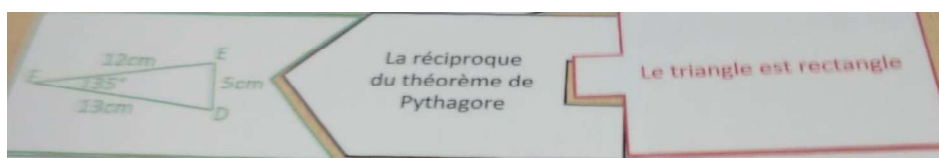
Un groupe a le bon raisonnement mais n'a pas donné le bon résultat :

« Nous avons choisi cette propriété car dans la figure les diagonales se coupent en leurs milieux et nous voulons savoir si ABCD est un parallélogramme. »



Le professeur doit leur faire remarquer qu'ils doivent davantage regarder les figures correspondant aux hypothèses. Ils rectifient alors rapidement leurs erreurs.

Mais l'ensemble des groupes a un raisonnement déductif correct, par exemple : « Dans le triangle DEF, nous avons choisi la réciproque du théorème de Pythagore car il y a les 3 longueurs, on peut démontrer qu'il est rectangle. »



« Pour le triangle dans le cône, on a choisi deux parties : en premier le théorème de Pythagore pour calculer AB, puis avec cette longueur, on a calculé son volume $V_{\text{cône}}$ qui est égal à $12\pi \text{ cm}^3$. »

Il ressort de l'ensemble de ces séances un sentiment de grande satisfaction à la fois pour les élèves et pour le professeur.