

BTS Systèmes Numériques – session 2016

Lycée Louis Armand
173 boulevard de Strasbourg
94130 Nogent-sur-Marne

NOM :

Prénom :

ÉPREUVE E3

**Mathématiques (unité U3)
CCF – Situation d'évaluation n°2**

Durée : 55 minutes

L'usage de la calculatrice est autorisé mais aucun échange n'est autorisé.

Aucun autre document ou matériel n'est autorisé.

Pour les questions précédées du symbole ■ appeler le professeur pour expliquer votre démarche oralement ou grâce à la calculatrice.

Pour les questions précédées du symbole ✕ appeler le professeur pour disposer d'un poste avec le logiciel Scilab ou justifier votre réponse. Dans le cas d'une utilisation du logiciel Scilab, une fiche d'aide peut être demandée si besoin.

Exercice I : (5 points)

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A : Etude du courant d'un circuit.

On applique une tension $t \mapsto 5 + e^{-t}$ aux bornes d'un circuit (R, L) . Le courant vérifie l'équation différentielle :

$$(E) : y' + 5y = 5 + e^{-t}.$$

- 1) Donner la solution générale de l'équation différentielle $y' + 5y = 0$.
- 2) Vérifier que la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f(t) = 1 + 0,25e^{-t}$ est une solution particulière de (E) .
- 3) En déduire la solution générale de (E) .

Partie B : Etude d'un filtre numérique.

Un filtre numérique est défini par l'équation aux différences :

$$6x(n) - x(n - 1) = 5e(n).$$

- 1) Donner la définition d'un signal causal.
- 2) On admet que le signal causal x admet une transformée en Z , notée $X(z)$, qui vérifie :

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{5z}{(z - 1)(6z - 1)}.$$

- a) Déterminer les réels a et b tels que pour tout nombre complexe z avec $|z| > 1$:

$$\frac{5z}{(z - 1)(6z - 1)} = \frac{a}{z - 1} + \frac{b}{6z - 1}.$$

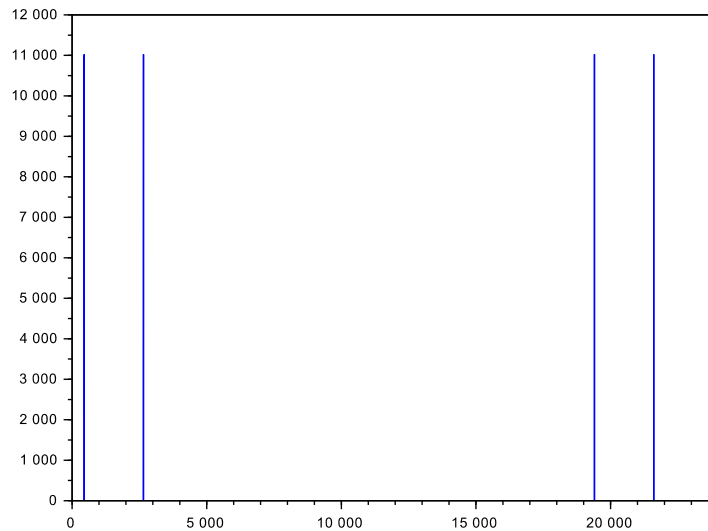
■ Appeler le professeur pour passer à la question suivante.

- b) En déduire une expression du signal x .
On utilisera le formulaire suivant :

Signaux causaux originaux	Transformées en Z
$x(n)$	$X(z)$
$e(n) = 1$	$\frac{z}{z - 1}$
$d(n)$	1
$r(n) = n$	$\frac{z}{(z - 1)^2}$
$a^n e(n), \quad a \in \mathbb{R}$	$\frac{z}{z - a}$
$x(n - n_0), \quad n_0 \in \mathbb{N}$	$z^{-n_0} X(z)$

Exercice II : (5 points)

- 1) Un signal sinusoïdal est enregistré et échantillonné à une fréquence de 22 050 Hz. Son spectre est donné ci-dessous.



Combien de sinusoïdes composent le signal enregistré ? Quelles sont leurs fréquences ?

- 2) Des erreurs peuvent se produire lors de l'enregistrement d'un signal. On note T le temps d'attente en millisecondes entre deux erreurs d'enregistrement. On admet que la variable aléatoire T suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 2$.
- Calculer la probabilité que le temps d'attente entre deux erreurs soit inférieur à 1 ms. *Le résultat sera arrondi au centième.*
 - Calculer l'espérance de T et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
 - On note X le nombre d'erreurs d'enregistrement sur une durée de 0,1 s. On admet que X suit la loi de Poisson de paramètre $\lambda' = 50$.
Calculer la probabilité que le nombre d'erreurs d'enregistrement soit supérieur ou égal à 40. *Le résultat sera arrondi au centième.*

- 3) ✘ Sur un poste informatique, exécuter le logiciel Scilab.

Le son émis par un bip d'une durée de 1 s a été échantillonné à une fréquence d'échantillonnage $F_{\text{ech}} = 22\,050$ Hz. La séquence obtenue `s_ech` est enregistrée dans le fichier `SN2-CCF1.sod`.

- Ouvrir le fichier puis calculer la transformée de Fourier discrète de `s_ech`, on la notera `TFD_ech`.
- Représenter le spectre du signal `s_ech`.
■ Appeler le professeur pour vérifier la représentation graphique.

Le capteur utilisé pour l'enregistrement fait apparaître un bruit. Comment le voit-on graphiquement ? Est-il constitué de signaux de faible fréquence ou de faible amplitude ?

- Les nombres complexes de la séquence `TFD_ech` dont le module est inférieur à 500 sont supprimés (remplacés par 0).
La séquence obtenue `TFD_debruite` a aussi été enregistrée dans le fichier `SN2-CCF1.sod`.
Calculer `s_debruite` le signal original de `TFD_debruite` puis comparer son spectre à celui représenté dans la question 1).

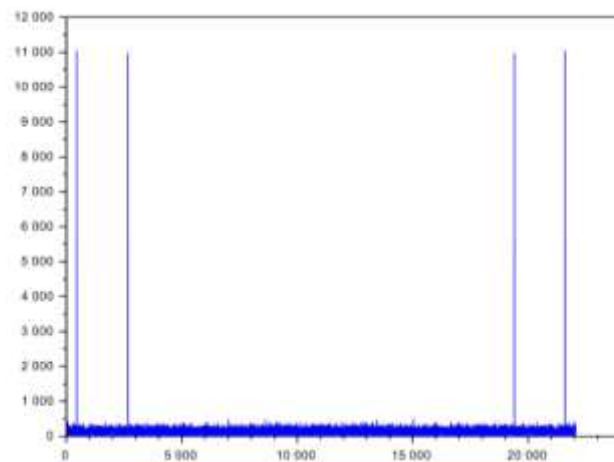
Solution de l'exercice I question 2) a) :

$a = 1$ et $b = -1$.

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{1}{z-1} - \frac{1}{6z-1}$$

Aide à l'exercice II question 3) b) :

Le spectre du signal bruité est :



GRILLE NATIONALE D'ÉVALUATION EN MATHÉMATIQUES
BTS SN IR – Sous-épreuve E31

NOM :	Prénom :
Situation d'évaluation n°2	Date de l'évaluation :

1. Liste des contenus et capacités du programme évalués

Contenus : Équations linéaires du premier ordre.
Transformation en Z .
Définition mathématique de la transformée de Fourier discrète. Propriétés mathématiques élémentaires de la transformée de Fourier discrète.
Loi exponentielle. Loi de Poisson.

Capacités : Résoudre une équation différentielle du premier ordre à la main.
Déterminer le signal causal (original) dont la transformée en Z est donnée.
Calculer la TFD à l'aide de commandes logicielles prêtes à l'emploi. Traiter une sinusoïde ; Lecture critique du résultat.
Calculer une probabilité dans le cadre de la loi exponentielle. Interpréter l'espérance d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle. Calculer une probabilité dans le cadre de la loi de Poisson à l'aide de la calculatrice.

2. Évaluation

		Questions de l'énoncé	Appréciation du niveau d'acquisition
S'informer	Rechercher, extraire et organiser l'information.	Ex. I : A, B Ex. II : 1), 2), 3)	
Chercher	Proposer une méthode de résolution. Expérimenter, tester, conjecturer.	Ex. I Ex. II : 1), 3)	
Modéliser	Représenter une situation ou des objets du monde réel. Traduire un problème en langage mathématique.	Ex. I : B Ex. II : 2)	
Raisonner, argumenter	Déduire, induire, justifier ou démontrer un résultat. Critiquer une démarche, un résultat.	Ex. I : A Ex. II : 1), 2), 3)	
Calculer, illustrer, mettre en œuvre une stratégie	Calculer, illustrer à la main ou à l'aide d'outils numériques, programmer.	Ex. I : A, B Ex. II : 2), 3)	
Communiquer	Rendre compte d'une démarche, d'un résultat, à l'oral ou à l'écrit. Présenter un tableau, une figure, une représentation graphique.	Ex. I Ex. II : 3)	
TOTAL			/ 10