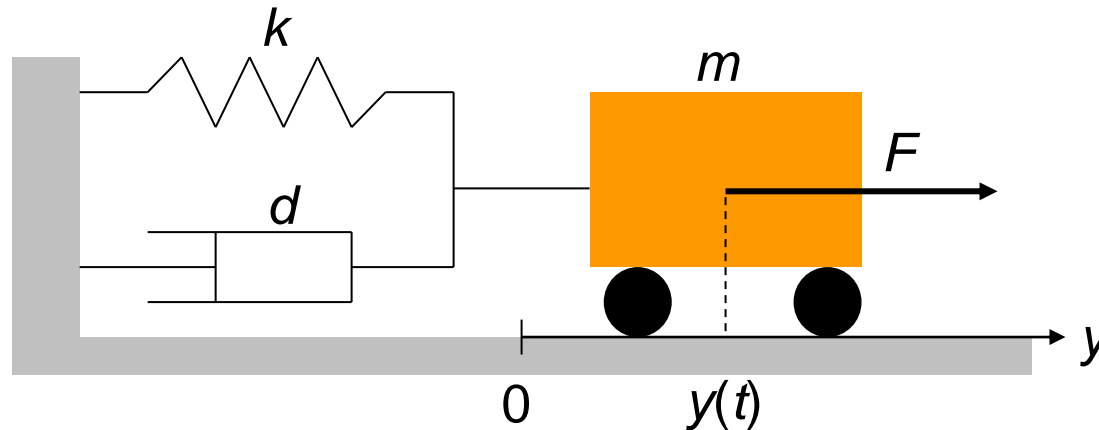


Oscillateur et séismes



Les lois de la physique montrent que la fonction y est solution de l'équation différentielle :

$$m y'' + d y' + k y = F(t).$$

« En liaison avec d'autres disciplines, on peut être amené à étudier d'autres types d'équations différentielles mais ce n'est pas un attendu du programme. »

L'étude de cette équation permet, dans ce cadre, une interprétation « physique » de la nature des solutions.

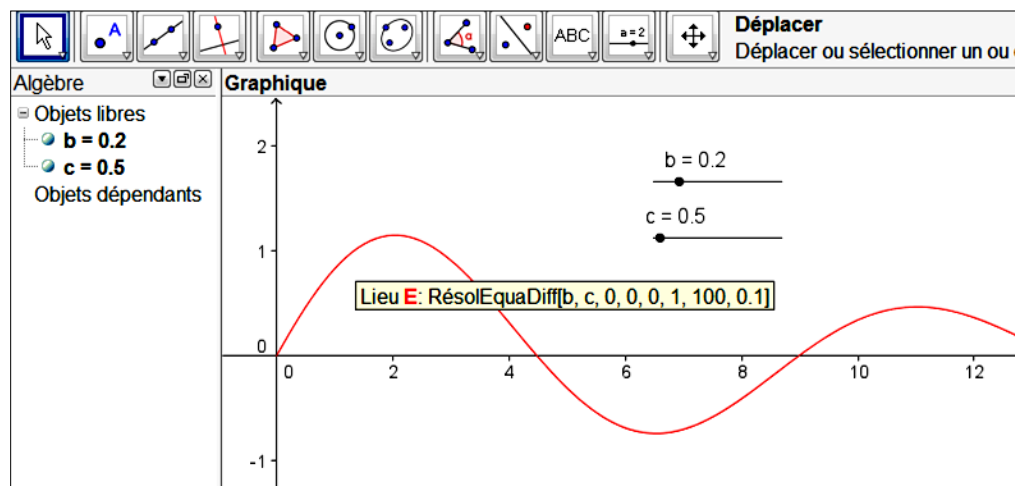
Oscillateur et séismes

1- Sans force extérieure

En posant $b = \frac{d}{m}$ et $c = \frac{k}{m}$, l'équation différentielle devient :

$$y'' + b y' + c y = 0.$$

Pour $b = 0$ (sans amortissement), la résolution de l'équation est un attendu du programme. On peut prolonger l'exploration à b non nul à l'aide de GeoGebra et examiner l'effet de l'amortissement (dans le cadre de la recherche d'un système antisismique).



Oscillateur et séismes

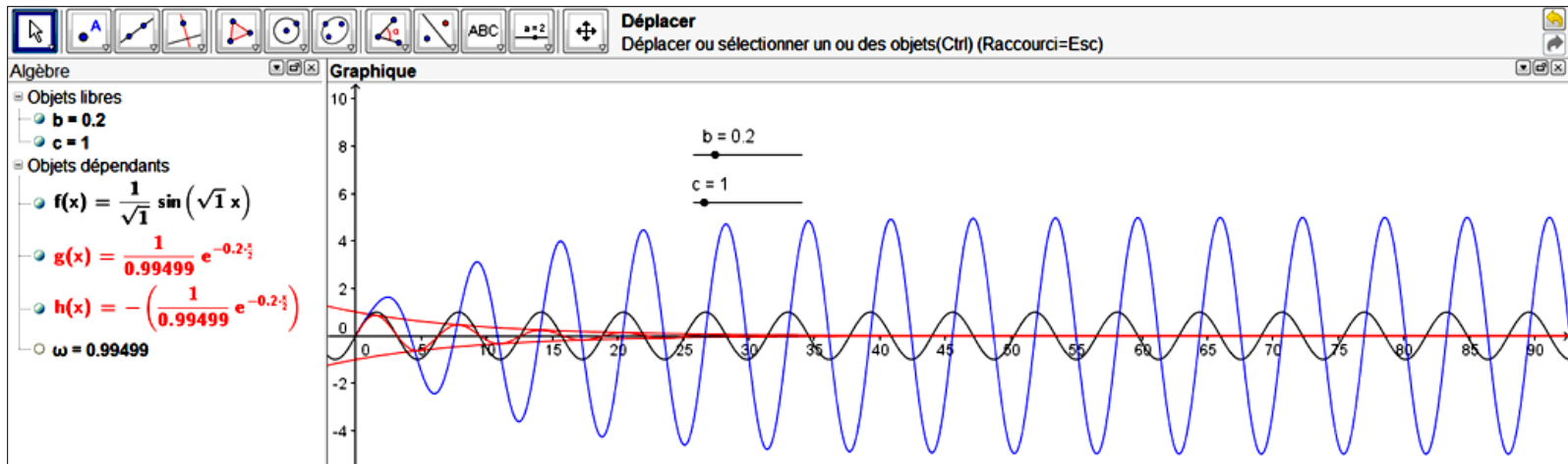
2- Avec une force extérieure (séisme)

On considère l'équation différentielle :

$$y'' + b y' + c y = \sin x$$

que l'on « explore » à l'aide de GeoGebra.

Pour $b = 0,2$ et $c = 1$, on observe un phénomène de résonance.



Voir le fichier GeoGebra :
oscilateur_seisme.ggb

Séismes et loi exponentielle

On dispose, sur un fichier tableur, du nombre de jours qui séparent deux tremblements de terre graves sur la surface de la terre entre 1902 et 1977. Un tremblement de terre est grave si sa magnitude est au moins égale à 7,5 sur l'échelle de Richter ou s'il a causé la mort d'au moins 1 000 personnes. Il y a eu 63 tremblements de terre graves durant cette période, donc 62 valeurs du temps d'attente jusqu'au suivant :

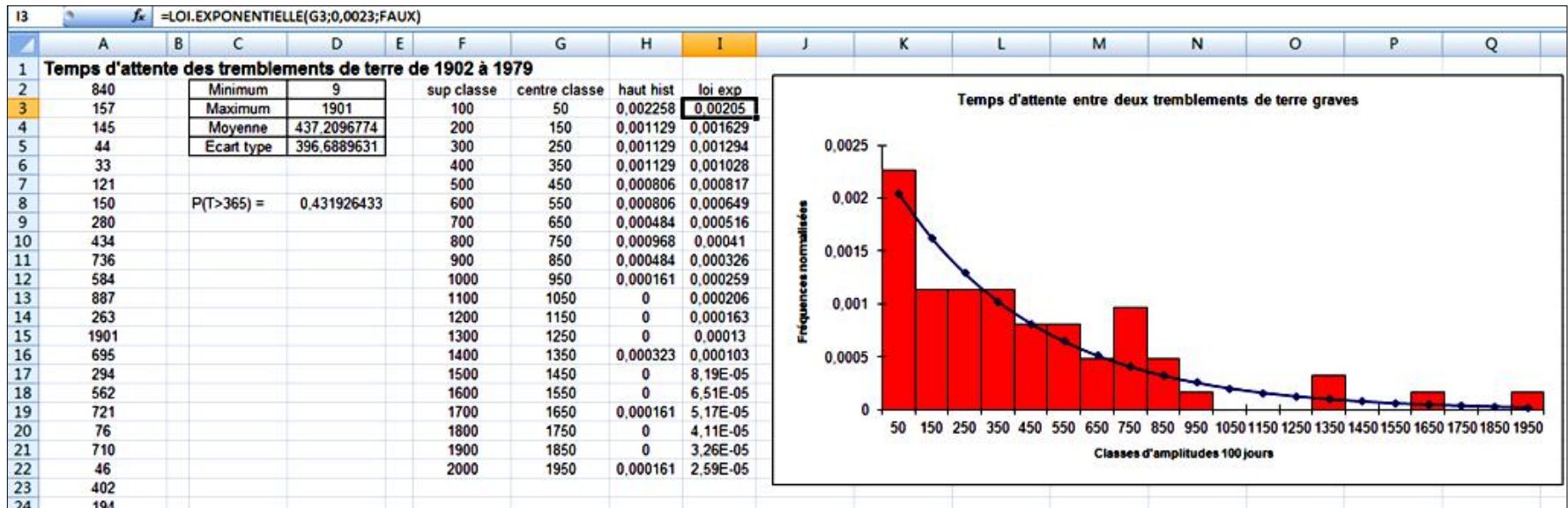
840 157 145 44 33 121 150 280 434 736 584 887 263 1901
695 294 562 721 76 710 46 402 194 759 319 460 40 1336
335 1354 454 36 667 40 556 99 304 375 567 139 780 203
436 30 384 129 9 209 599 83 832 328 246 1617 638 937
735 38 365 92 82 220

Séismes et loi exponentielle

Recherche d'un modèle exponentiel

- On regroupe les valeurs en classes d'amplitude 100 et on représente un « histogramme normalisé des fréquences » de chaque classe (l'aire de chaque rectangle égale la fréquence de la classe correspondante, pour cela sa hauteur égale la fréquence divisée par l'amplitude de la classe) ;
- D'après le « profil » de l'histogramme, on envisage un modèle exponentiel en superposant le tracé d'une fonction de densité adaptée. On peut utiliser :
=LOI.EXPONENTIELLE(x ; $1/moyenne$; FAUX) .

Séismes et loi exponentielle



Une exploitation du modèle

On suppose que la variable aléatoire T correspondant au temps d'attente, exprimé en jours, entre deux tremblements de terre graves à la surface du globe suit la loi exponentielle de paramètre 0,002 3. Calculer la probabilité que ce temps d'attente dépasse 365 jours.

Voir le fichier Excel :
seismes_loi_exponentielle.xls