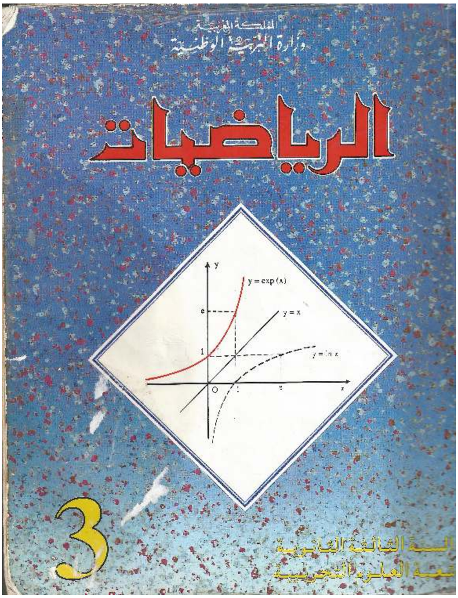
MATHS ET CULTURE ?

1. Niveau - Chapitre de maths

T^ale^ S Exercice sur les nombres complexes. Seule la forme algébrique et la résolution d'équations de degré 2 à coefficients réels sont connues des élèves.

2. Les documents

Un manuel de maths en arabe (année 1996) que m'a offert un collègue.



3. Déroulement

09/12/16 (9h30 - 11h30) AP en demi-groupe (17 élèves) Les élèves regardent la feuille d'exercices (donnée en fin) et se demandent s'ils vont pouvoir résoudre les exercices.
Pendant la séance de travail, le manuel de mathématiques écrit en arabe circule dans la salle : chacun a pu le feuilleter.

Nous travaillons les exercices :

n° 31 l'énoncé devrait ressembler à « 1 – trouver un nombre complexe dont le carré est $-5+12i$; 2 – résoudre l'équation »

n° 35 l'énoncé devrait ressembler à « Résoudre les équations dans $\mathbb{C}$ ». On ne traite que la première équation, les autres étant hors de notre portée...

4. Contacts - compléments d'informations

Frédéric Léon - *frederic.leon@ac-creteil.fr*

نعتبر التطبيق f من $\mathbb{C}-\{-i\}$ نحو $\mathbb{C}-\{1\}$

المعرف ب : $f(z)=\dfrac{z-2i}{z+i}\quad ; \quad \forall z\in\mathbb{C}-\{-i\}$

1- بين أن f تقابل وحدد تقابله العكسي .

2- ليكن z عددا عقديا مخالفا ل $-i$ ، وصورته في المستوى العقدي النقطة M .

أ- حدد مجموعة النقط M بحيث : $\arg f(z)\equiv 0\ [2\pi]$

ب - حدد مجموعة النقط M بحيث :

$$\arg f(z)\equiv\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$$

ج - حدد مجموعة النقط M بحيث : $|f(z)|=k$

حيث k عدد حقيقي موجب قطعا ومخالف ل 1 .

نعتبر في المستوى العقدي النقط M و B و D صور الأعداد العقدية $-\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ و $\dfrac{i}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ و $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ على التوالي .

1- أنشئ النقط M و B و D .

2- احسب لحقي المتجهتين $\overrightarrow{MB}$ و $\overrightarrow{MD}$ واستنتج الطولين MB و MD .

3- لتكن M' النقطة المماثلة ل M بالنسبة ل O (أصل المعلم) .

تحقق أن M' منتصف القطعة $[BD]$.

4- أول هندسيا : $\arg\left(\dfrac{\sqrt{2}+2i}{\sqrt{2}-2i}\right)$

واحسب قيمة مقربة بالدرجة لقياس الزاوية الهندسية $\widehat{[BOD]}$.

معادلات من الدرجة الثانية في $\mathbb{C}$

1- حدد على الشكل الجبري، الجذرين المربعين للعدد العقدي $-5+12i$

2- حل في المعادلة :

$$(2+i)z^2-(3+2i)z+1-\frac{i}{2}=0$$

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة :

$$z^2-(5-i\sqrt{3})z+6-3i\sqrt{3}=0$$

علما أنها تقبل حلا حقيقيا .

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة :

$$z^3-(16-i)z^2+(89-16i)z+89i$$

علما أنها تقبل حلا تخيليا صرفا .

---

34 ليكن θ عددا عقديا من المجال $]0,\pi[$

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E_θ) علما أنها تقبل حلا حقيقيا غير مرتبط بالعدد θ .

$$(E_\theta)\ :\ z^3+2z^2(1-\cos\theta)+z(1-4\cos\theta)+2=0$$

---

35 حل في $\mathbb{C}$ كل من المعادلات :

$$z^4+10z^2+169=0$$

$$z^6-(1-i)z^3-i=0$$

$$z^8+z^4+1=0$$

---

36 نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) :

$$z^2+(1-\sqrt{3}+2i)z-(\sqrt{3}+1)+(1-\sqrt{3})i=0$$

1- أ- تحقق أن مميز المعادلة (E) هو $(1+\sqrt{3})^2$

ب - حدد z_1 و z_2 جذري المعادلة (E) حيث نرمز ب z_1 الجذر : $\mathcal{R}_e(z_1)<0$

ج - حدد العدد : $z_1^{1994}+z_2^{1995}$

2- نعتبر في المستوى العقدي النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي $-1-i$ و $\sqrt{3}-i$ و $1+\sqrt{3}$.

أ- مثل النقط A و B و C .

ب - بين أن الرباعي $OABC$ متوازي الأضلاع (O أصل معلم المستوى) .

ج - حدد لحق Ω مركز متوازي الاضلاع $OABC$

د - حدد قياسا للزاوية $(\overrightarrow{\Omega A},\overrightarrow{\Omega B})$.

---

37 لكل عدد عقدي z مخالف ل i و $-i$

نضع $P(z)=\dfrac{5z}{z^2+1}$

1- أ- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E)

$$P(z)=3+i$$

ب - اكتب على الشكل المثلثي جذري المعادلة (E) .

2- أ- بين أن :

$$\forall z\in\mathbb{C}-\{-i,i\}\ \ [P(z)\in\mathbb{R}\Leftrightarrow(z-\bar{z})(|z|^2-1)=0]$$

ب - حدد في المستوى العقدي $(\mathscr{P})$ المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ ، مجموعة النقط $M(z)$ بحيث يكون $P(z)$ حقيقيا .

3- نعتبر في $(\mathscr{P})$ النقطتين :

$A(1-i)$ و $B\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}i\right)$

احسب $\dfrac{OB}{OA}$ و $(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})$