

Cryptarithme

Définition

Un cryptarithme est une opération mathématique cryptée par des lettres.

Chaque lettre correspond à un seul chiffre. Un chiffre correspond à une seule lettre.

Résoudre un cryptarithme c'est réussir à associer chaque lettre à un chiffre pour faire en sorte que l'opération soit correcte. Aucun nombre ne commence par un zéro.

Objectifs

L'objectif est de faire travailler les élèves sur la numération et de les encourager à faire des tests. L'enseignant peut ou non proposer des indices.

Voici un exemple de cryptarithme résolu comme pourrait le trouver un élève de sixième :

$$\begin{array}{r} MANGER \\ +MANGER \\ \hline GROS SIR \end{array}$$

Comme on a $R+R=R$, la seule valeur possible pour la lettre R est le chiffre 0.

G vaut nécessairement 1 puisque c'est la retenue de la somme $M+M$.

Or $M + M = 10$ donc $M = 5$.

Comme $G+G=S$ ou $G+G+1=S$ dans le cas où il y aurait une retenue dans la somme $E+E$, on a donc $S=2$ ou $S=3$.

Testons avec $S=2$, on a alors :

$$\begin{array}{r} 5AN1E0 \\ +5AN1E0 \\ \hline 10O2I0 \end{array}$$

On conclut que le chiffre des unités de $N+N$ est 2 (pas de retenue pour $G+G$) donc $N+N=12$ et $N=6$.

Continuons avec $A+A+1=O$ sans retenue car sinon $M+M$ ne serait plus égal à 10. Il reste donc $A=3$ et $O=7$ ou bien $A=4$ et $O=9$.

Regardons ce qui se passe si on choisit $A=3$ et $O=7$, il nous reste $E+E=I$ sans retenue soit $E=4$ et $I=8$, cela convient.

On a donc comme solution possible, et pas nécessairement unique :

$$\begin{array}{r} 536140 \\ +536140 \\ \hline 1072280 \end{array}$$

Exercice

Voilà deux cryptarithmes à résoudre :

$$\begin{array}{l} \text{NEUF+DEUX=ONZE avec } N=3 \text{ et} \\ \text{NEUF+DEUX+UN=DOUZE avec } U=2 \end{array}$$