

## Deux constructions de la gamme

### Préambule : Notion de gamme

La gamme chromatique est composée des notes de la première colonne du tableau suivant (les quatre dernières colonnes résument les fréquences en Hertz des notes selon les octaves). On appelle octave l'intervalle (la « distance ») entre deux notes de même noms.

NOTE	Octave 1	Octave 2	Octave 3	Octave 4
Do	65	131	262	523
Do dièse	69	139	277	554
Ré	73	147	294	587
Ré dièse	78	156	311	622
Mi	82	165	330	659
Fa	87	175	349	698
Fa dièse	92	185	370	740
Sol	98	196	392	784
Sol dièse	104	208	415	830
La	110	220	440	880
La dièse	117	233	466	932
Si	123	247	494	988
Do	131	262	523	1046

Nous allons reconstruire cette gamme comme l'avaient fait les Grecs en construisant la gamme pythagoricienne.

#### 1. Un peu d'histoire :

Du point de vue historique Pythagore avait tendu une corde. Et il a établi que la hauteur du son produit par cette corde était proportionnelle à la tension de la corde.



Ainsi si on fait vibrer une corde sur toute sa longueur puis seulement sur la moitié de sa longueur on entend deux notes séparées exactement par une octave (Do grave de fréquence  $f_0$  et Do aigu de fréquence  $f_1$  par exemple).

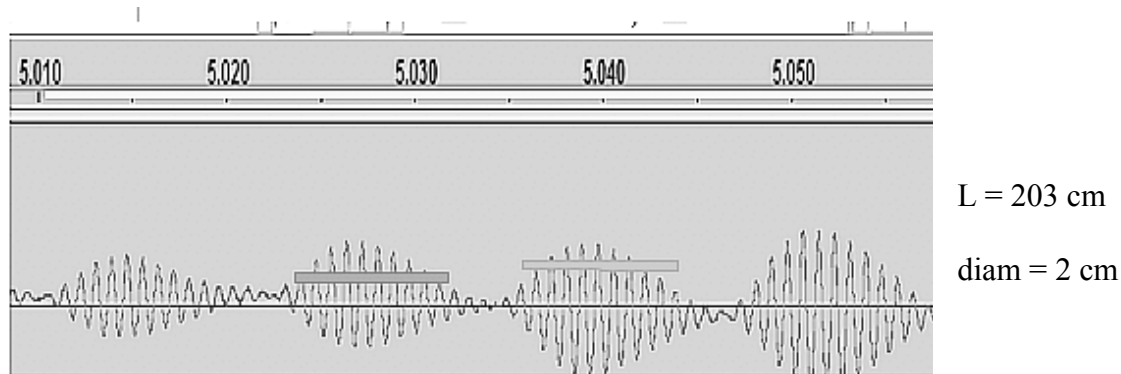
En réalité le rapport des fréquences des deux notes est égal à 2 :  $f_1 = 2 f_0$ .

- a). Proposer un protocole qui utilise le matériel mis à votre disposition et le logiciel Audacity (utiliser la fiche de la séance 1 pour l'utilisation de ce logiciel) pour mettre en évidence cette propriété. Vos mesures, calculs et résultats seront détaillés.
- b). Le tableau du préambule met-il en évidence cette propriété ?

## 2. Les sons émis par la rotation de tuyaux :

Lors de la première séance MPS de ce semestre nous avons fait tourner des tuyaux et enregistré les sons qu'ils produisaient.

Trois sons (grave, intermédiaire et aigu) ont à chaque fois été enregistrés et les mesures ( $f_{basse}$ ,  $f_{intermédiaire}$ ,  $f_{haute}$ ) ou leurs rapports sont consignés dans le tableau suivant :



	Rapport $\frac{f_{interm}}{f_{basse}}$	Rapport $\frac{f_{haute}}{f_{intermédiaire}}$
<b>Tuyau 1</b> L = 103 cm diam = 1,5 cm $f_{basse} = 309 \text{ Hz}$	1,32	1,25
<b>Tuyau 2</b> L = 88 cm diam = 1 cm $f_{basse} = 185 \text{ Hz}$	1,16	1,28
<b>Tuyau 3</b> L = 110 cm diam = 2 cm $f_{basse} = 738 \text{ Hz}$	1,39	1,16
<b>Tuyau 4</b> L = 203 cm diam = 2 cm $f_{basse} = 736 \text{ Hz}$	1,23	1,29

A l'aide de ce tableau, calculer les rapports  $\frac{f_{haute}}{f_{basse}}$  pour chaque tuyau. Que remarquez-vous ?

## 3. Construction de la gamme pythagoricienne :

Les contemporains de Pythagore étaient persuadés que le monde qui les entourait pouvait être totalement expliqué à l'aide des nombres et en particulier des nombres entiers positifs et des rapports de deux entiers positifs (on ne connaissait pas les nombres négatifs et les racines carrées à cette époque là... ). Seule la musique n'avait pas encore trouvée de lien avec les mathématiques et on pensait que cette discipline était alors une discipline divine. Pythagore a réussi à démontrer qu'on pouvait reconstruire l'ensemble des notes de la gamme seulement à l'aide des mathématiques sans avoir à écouter la beauté du son.

Pythagore a établi que le rapport des fréquences entre deux notes d'un intervalle de quinte est égal à  $\frac{3}{2}$ .

- Quelle conjecture peut-on alors faire à l'aide du tableau du préambule ?
- Une quinte... comment définit-on cela en musique ?

Principe : On appelle quinte un intervalle (la distance) qui sépare deux notes du type Do – Sol, Ré – La.....

- Donner quelques exemples d'intervalles de quinte.
- En partant d'une note fondamentale, par exemple le Do de fréquence 262 Hz, appliquer ce rapport de  $\frac{3}{2}$  pour obtenir la fréquence théorique de la note située à la quinte de Do. Puis appliquez à nouveau ce rapport sur cette deuxième note et ramenez vous à chaque fois dans l'octave étudiée (en vous aidant du tableau du préambule). On construit ainsi une gamme pythagoricienne.

Vous devrez consigner vos résultats dans un tableau.

- Une fois la gamme reconstruite, retombe-t-on exactement sur le Do à l'octave du premier ?
- Comment interpréter cette remarque ?
- Compléter à présent le tableau suivant, à l'aide de la fréquence  $f$ , qui donne les rapports entre une note et la note fondamentale Do de la gamme pythagoricienne (sans utiliser le tableau des fréquences):

Note	Do	Ré	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do
Rapport des fréquences	1							

#### 4. Construction de la gamme tempérée :

Cette gamme qui n'était pas parfaite (seuls des musiciens entraînés peuvent percevoir la différence de hauteur du dernier Do) a été remplacée par la gamme de Zarlino au XVIème siècle avec un nouveau rapport entre les notes (mais peu pratique pour la musique orchestrale), puis par la gamme tempérée au XVIIème siècle, encore utilisée de nos jours (on divise l'octave en 12 intervalles chromatiques égaux)

Compléter alors le tableau suivant en utilisant le tableau des fréquences pour retrouver les rapports de la gamme tempérée en prenant le Do comme note fondamentale :

Note	Do	Ré	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do
Rapport des fréquences	1							

**Question Bonus** : une coquille s'est glissée dans le tableau du préambule... à vous de la retrouver.