

ENSEIGNER LES MATHÉMATIQUES AU CYCLE 3 ET AU CYCLE 4

Progressivité des apprentissages et différenciation

LES PRINCIPALES NOUVEAUTÉS

- **Des programmes de cycles de 3 ans** : Pour favoriser la **continuité** et la **progressivité** des apprentissages et pour donner du temps à leur maturation. Ils sont la déclinaison disciplinaire et interdisciplinaire du socle commun de connaissances, de compétences et de culture.
- **Une logique curriculaire des programmes de cycles** : Pour laisser plus de place à la liberté pédagogique et au travail d'équipe. Ils sont jalonnés par **les compétences** travaillées, **les attendus de fin de cycle** et **les repères de progressivité**.

Le curriculum s'organise autour de trois pôles : les apprentissages visés, les processus didactiques mis en œuvre pour les atteindre et les situations d'évaluation.

LES PRINCIPALES NOUVEAUTÉS

- **Des thèmes d'étude articulés :**
 - Trois thèmes au cycle 3 : **Nombres et calculs** - **Grandeurs et mesures** - **Espace et géométrie**.
 - Cinq thèmes au cycle 4 : **Nombres et calculs** - **Organisation et gestion de données, fonctions** - **Grandeurs et mesures** - **Espace et géométrie** - **Algorithmique et programmation**.
- **La place des outils numériques, de l'algorithmique et de la programmation :** Pour préparer les élèves aux défis du 21^e siècle.

L'académie des Sciences a écrit : « L'enseignement général de l'informatique devra d'abord donner à tous les citoyens les clés du monde du futur, qui sera encore bien plus numérique et donc informatisé que ne l'est le monde actuel, afin qu'ils le comprennent et puissent participer en conscience à ses choix et à son évolution plutôt que de le subir en se contentant de consommer ce qui est fait et décidé ailleurs. Il faudra aussi que cet enseignement les prépare aux métiers nouveaux et riches d'emploi engendrés par l'informatique. »

- **Des liens interdisciplinaires explicites :** Pour décloisonner les disciplines et favoriser la complémentarité, la coopération et l'interpénétration entre elles en vue d'assurer une meilleure intégration des apprentissages et des savoirs.

LES PRINCIPALES NOUVEAUTÉS

Une approche curriculaire : les repères de progressivités

- Nécessaire pour jalonner le travail d'une année à l'autre et pour donner des indications sur l'entrée d'une notion, son entretien (enrichissement), son évolution, sa place par rapport aux autres notions.
- Montée en **conceptualisation**

NOMBRES ET CALCULS

■ Attendus de fin de cycle :

Cycle 2	Cycle 3	Cycle 4
<ul style="list-style-type: none">➤ Comprendre et utiliser des nombre entiers pour dénombrer, ordonner, repérer, comparer.➤ Nommer, lire, écrire, représenter des nombre entiers.➤ Résoudre des problèmes en utilisant des nombre entiers et le calcul.➤ Calculer avec des nombre entiers.	<ul style="list-style-type: none">➤ Utiliser et représenter les grands nombre entiers, des fractions simples, les nombre décimaux.➤ Calculer avec des nombre entiers et des nombre décimaux.➤ Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombre décimaux et le calcul.	<ul style="list-style-type: none">➤ Utiliser les nombre pour comparer, calculer et résoudre des problèmes.➤ Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombre premiers.➤ Utiliser le calcul littéral.

NOMBRES ET CALCULS AU CYCLE 3

- Le cycle 3 poursuit **la construction des nombres entiers** et de leur système de désignation, notamment pour les grands nombres.
- Il introduit la connaissance **des fractions et des nombres décimaux**.
- L'acquisition des quatre opérations sur les nombres, sans négliger **la mémorisation de faits numériques** et l'automatisation de modules de calcul, se continue dans ce cycle.
- Les notions mathématiques étudiées prendront tout leur sens dans **la résolution de problèmes** qui justifie leur acquisition.

NOMBRES ET CALCULS AU CYCLE 3

- Les fractions puis les nombres décimaux apparaissent comme de nouveaux nombres introduits pour pallier l'insuffisance des nombres entiers, notamment pour mesurer des longueurs, des aires et repérer des points sur une demi-droite graduée.
- Les caractéristiques communes entre le système de numération et le système métrique sont mises en évidence. **L'écriture à virgule est présentée comme une convention d'écriture d'une fraction décimale ou d'une somme de fractions décimales.** Cela permet de mettre à jour la nature des nombres décimaux et de justifier les règles de comparaison (qui se différencient de celles mises en œuvre pour les entiers) et de calcul.

NOMBRES ET CALCULS AU CYCLE 4

- Les élèves **consolident le sens des nombres et confortent la maîtrise des procédures de calcul.**
- Les élèves manipulent des nombres **rationnels de signe quelconque**. Ils prennent conscience du fait qu'un même nombre peut avoir plusieurs écritures (notamment écritures fractionnaire et décimale).
- Les élèves abordent les bases du **calcul littéral**, qu'ils mettent en œuvre pour résoudre des problèmes faisant intervenir des **équations ou inéquations du premier degré**.
- **À l'occasion d'activités de recherche**, ils peuvent rencontrer la notion de **nombres irrationnels**, par exemple lors d'un travail sur les racines carrées.

NOMBRES ET CALCULS

Repères de progressivité : Fractions

Cycle 3			Cycle 4		
CM1	CM2	6 ^e	5 ^e	4 ^e	3 ^e
FRACTIONS					
Fraction comme partage de grandeurs ou de mesure de grandeurs dans des cas simples. Fraction vue comme opérateur.			Fraction comme nombre qui rend toutes les divisions possibles. Nombre rationnel.		
Etude de fractions simples. Etude de fractions décimales.		Fraction comme quotient de deux nombres entiers.	Comparer, ranger, encadrer des nombres rationnels. Repérer et placer un nombre rationnel sur une droite graduée. Calculs et comparaisons de proportions, de fréquences. Reconnaitre un nombre rationnel Justifier une égalité de fractions.	4 opérations avec des fractions, des nombres décimaux. Inverse d'un nombre	Fraction irréductible.

Il est possible, lors de la résolution de problèmes, d'aller au-delà des repères de progressivité identifiés pour chaque niveau.

NOMBRES ET CALCULS

■ Repères de progressivité : Nombres décimaux

Cycle 3			Cycle 4		
CM1	CM2	6 ^e	5 ^e	4 ^e	3 ^e
NOMBRES DÉCIMAUX					
Addition et soustraction pour les nombres décimaux. Division euclidienne. Division de deux nombres entiers avec quotient décimal.	Multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier. Division d'un nombre décimal par un nombre entier.	Multiplication de 2 nombres décimaux.			

Il est possible, lors de la résolution de problèmes, d'aller au-delà des repères de progressivité identifiés pour chaque niveau.

CALCUL LITTÉRAL

Attendu de fin de cycle 4 : Utiliser le calcul littéral.

L'enseignement du calcul littéral au cycle 4 vise les objectifs suivants :

- traduire le résultat de la suite des opérations d'un programme de calcul sous la forme d'une expression littérale et établir le lien entre l'aspect «procédural» et l'aspect «structural» de cette expression ;
- décrire une propriété générale de nombres (par exemple «être la somme de deux entiers consécutifs» ou «être un multiple de 3») ;
- démontrer qu'une propriété est vraie dans un cadre général (par exemple les règles du calcul fractionnaire) ;
- modéliser et résoudre des problèmes à l'aide d'équations ou d'inéquations du premier degré ;
- introduire les concepts de variable et de fonction.

CALCUL LITTÉRAL

Repères de progressivité :

Cycle 3			Cycle 4		
CM1	CM2	6 ^e	5 ^e	4 ^e	3 ^e
Mettre un problème en équation en vue de sa résolution :					
<ul style="list-style-type: none"> - Production et utilisation de formules (formules de périmètre, d'aire, de volume, etc). - Proportionnalité. - Programmes de calcul. 			<ul style="list-style-type: none"> - Introduction d'une lettre pour représenter une quantité. 		<ul style="list-style-type: none"> - Notions de variables et d'inconnues. - Modélisation d'une situation à l'aide d'une formule, d'une équation ou d'une inéquation.
Développer et factoriser des expressions algébriques :					
Introduction progressive de la distributivité dans le domaine numérique.				- Factorisation, développement et réduction d'expressions algébriques.	
Résoudre des équations ou des inéquations du premier degré :					
- Résolution d'un problème par tâtonnements, essais-erreurs, tableur, calculatrice, algorithmique.					- Résolution algébrique d'équations et d'inéquations du 1 ^{er} degré.
Utiliser le calcul littéral pour prouver un résultat général, pour valider ou réfuter une conjecture :					
- Initier les élèves à la construction d'exemples et de contre-exemples.			<ul style="list-style-type: none"> - Invalider une hypothèse par un contre-exemple ; - Généraliser un résultat à partir d'exemples génériques. 		- Mobiliser le calcul littéral pour démontrer.

Il est possible, lors de la résolution de problèmes, d'aller au-delà des repères de progressivité identifiés pour chaque niveau.

PROBABILITÉS

Attendu de fin de cycle : Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités.

L'enseignement des probabilités tout au long du cycle 4 doit permettre de :

- faire émerger les **conceptions initiales des élèves** de façon à lever les ambiguïtés et les malentendus. Il s'agit de passer d'un hasard subi à un hasard construit auquel on peut rationnellement associer une quantification. **Le rôle de la manipulation est essentiel ;**
- prendre appui sur l'intuition de l'**équiprobabilité** pour quantifier le hasard ;
- faire observer des phénomènes aléatoires de manière rationnelle par le biais de **protocoles expérimentaux** ; les élèves seront invités à **répéter des expériences aléatoires**, à effectuer le relevé statistique des résultats, à les représenter afin d'appréhender peu à peu les régularités qui se font jour ;
- préparer **la formalisation du langage probabiliste** qui sera engagée en lycée.

PROBABILITES

▪ Repères de progressivité :

Cycle 4

5^e

4^e

3^e

Dès le début et tout au long du cycle 4 sont abordées des questions relatives au hasard, afin **d'interroger les représentations initiales des élèves**, en partant de situations issues de la vie quotidienne (jeux, achats, structures familiales, informations apportées par les médias, etc.), en **suscitant des débats**.

- Modèle **équiprobable** (exemples de la vie quotidienne)
- **Simulation** à l'aide d'un tableur, de Scratch ...

- Approche **fréquentiste**
- **Simulation** à l'aide d'un tableur, de Scratch, ...
- Lien avec les **statistiques**

- **Formalisation du langage probabiliste.**
- **La formalisation ensembliste n'est pas un attendu du programme.**

Il est possible, lors de la résolution de problèmes, d'aller au-delà des repères de progressivité identifiés pour chaque niveau.

LA DIFFÉRENCIATION

La différenciation de la pédagogie consiste à mettre en œuvre un ensemble diversifié de moyens et de procédures d'enseignement et d'apprentissage pour permettre à des élèves d'aptitudes et de besoins différents d'atteindre par des voies différentes des objectifs communs.

La différenciation pédagogique ne répond pas à la seule question de la difficulté scolaire et ne doit pas être réduite à la remédiation. Accompagner chaque élève dans son apprentissage pour acquérir le socle commun **au meilleur niveau de maîtrise possible**, c'est également accompagner l'élève qui est en réussite.

La différenciation pédagogique est avant tout une manière de penser l'enseignement, l'apprentissage et l'évaluation, une philosophie qui guide l'ensemble des pratiques pédagogiques. C'est une façon d'exploiter les différences et d'en tirer avantage.

LA DIFFÉRENCIATION

Diversifier pour différencier :

- **La différenciation successive** (recours au texte, à l'image, aux outils numériques, tâtonnement expérimental, explication magistrale, recherche individuelle, par petits groupes, en plénière ...) ;
- **La différenciation simultanée** (les élèves, individuellement ou au sein de groupes, travaillent en même temps sur des tâches différentes adaptées à leurs besoins du moment) ;
- **Diversifier les supports** d'information et de communication ;
- **Diversifier les modalités d'organisation du travail** (groupe détaché au sein du groupe classe, groupes de besoin, groupes hétérogènes, l'aide des pairs ...)
- **Le traitement de l'erreur** (erreurs ou blocages relatifs à la situation, erreurs ou blocages relatifs à la consigne, erreurs ou blocages relatifs aux opérations intellectuelles, erreurs ou blocages relatifs à l'acquis antérieur ...)
- **Diversifier les modalités d'évaluation.**

QUESTIONS FLASH

Exemple de questions Flash : Calculs sur les décimaux, conversions entre système décimal et système sexagésimal.

Attendus de fin de cycle ; connaissances et compétences associées :

En développant le calcul mental sur des nombres décimaux et en se prêtant au contrôle de la vraisemblance des résultats, cette situation d'apprentissage participe à la construction de l'attendu de fin de cycle « utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes ».

Compétences travaillées : Calculer, représenter.

Énoncé :

Q1	calculer $0,3 \times 0,2$	Q2	calculer $1,1 \times 0,4$	Q3	Calculer $1,2 \times 0,06$
Q4	Convertir 0,2 h en minutes	Q5	Convertir 0,5 h en minutes	Q6	Convertir 0,25 h en minutes
Q7	Exprimer 36 minutes en heure	Q8	Exprimer 20 minutes en heure	Q9	Exprimer 1h 45 min en heure

ACTIVITÉS INTERMÉDIAIRES

Exemple de tâche intermédiaire : Un problème de coûts

Attendus de fin de cycle ; connaissances et compétences associées :

Résoudre des problèmes de proportionnalité.

- Reconnaître une situation de proportionnalité.

Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes.

- Calculer le produit de deux nombres décimaux.

Compétences travaillées : Chercher, modéliser, calculer.

Énoncé : Des pommes sont vendues 2,6 € le kg. Calculer le prix de 700 g de ces pommes et celui de 2,3 kg.

ACTIVITÉS AVEC PRISE D'INITIATIVE

Exemple de tâches avec prise d'initiative : Jeu équitable ?

Attendus de fin de cycle ; connaissances et compétences associées :

- Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités.
- Calculer des probabilités dans un contexte simple (par exemple, évaluation des chances de gain dans un jeu et choix d'une stratégie).

Compétences travaillées : Chercher, raisonner, modéliser, communiquer.

Énoncé : On considère deux jeux de hasard et on se demande s'ils sont équitables ou non.

Jeu A : « jeu des produits »

À chaque partie, on lance deux dés et on multiplie les nombres obtenus. Le joueur 1 gagne si le produit est impair. Le joueur 2 gagne si le produit est pair.

On te propose de jouer au « jeu des produits ». Choisis-tu d'être le joueur 1 ou bien le joueur 2 ?

Jeu B : « jeu des sommes ».

À chaque partie, on lance deux dés et on additionne les nombres obtenus. Le joueur 1 gagne si la somme est impaire. Le joueur 2 gagne si la somme est paire. On te propose de jouer au « jeu des sommes ». Choisis-tu d'être le joueur 1 ou bien le joueur 2 ?

CRÉER DES AUTOMATISMES

- La création d'automatismes fait partie intégrante du développement des compétences liées à la démarche scientifique.
- Complémentarité du calcul mental, du calcul en ligne, du calcul posé et du calcul instrumenté (en particulier avec la calculatrice).
- Varier les modalités et donner du sens aux activités mentales.
- L'usage d'exerciseurs en ligne en classe et en dehors de la classe peut y contribuer.

QUELQUES RECOMMANDATIONS DE LA CONFÉRENCE DE CONSENSUS SUR LA NUMÉRATION

12 et 13 novembre 2015 Paris

www.CNESCO.fr

- **Développer la manipulation d'objets** : manipuler des « fractions concrètes » (parties d'un disque en bois, boulier...) permet aux élèves de mieux appréhender le sens de ce concept difficile : par exemple, des recherches ont montré que la manipulation de ces « fractions en bois » permet aux élèves de diminuer les erreurs du type $1/3 + 2/4 = 3/7$.
- **S'appuyer sur l'oral avant de passer à des écritures symboliques** : avant de voir comment on écrit une fraction ou d'utiliser la virgule, les élèves doivent savoir exprimer à l'oral les nouveaux nombres qu'ils découvrent (un quart, 8 dixièmes, ...).
- **Ne pas attendre la maîtrise parfaite d'une notion pour en aborder une nouvelle avec les élèves** : Trop souvent l'enseignement de notions difficiles est reporté à la fin de l'année scolaire.