Activité en seconde

Géométrie du piéton

Compétences TICE:

- Utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique
- Utilisation d'un traitement de texte

Compétences Mathématiques:

- Repérage, coordonnées
- Valeur absolue, équations de droite pour la partie théorique.

Situation d'expérimentation

- Une demi-classe de seconde en module
- Une classe entière pour la partie théorique

Objectifs mathématiques

-Travailler sur le repérage.

-En explorant une nouvelle distance, réfléchir sur le sens mathématique des objets géométriques (cercle, médiatrice)

Outils

- Un logiciel de géométrie dynamique pour :
  -appréhender les données
  -réaliser et vérifier des conjectures
  -(vérifier les conjectures)

Un logiciel de traitement de texte pour :
  -garder une trace du travail de recherche
  -présenter les figures supports du raisonnement.
  - créer un objet fini de qualité, pouvant être repris ou imprimé par la suite

Objectifs de formation

- *Amener les élèves à réaliser une démarche d'exploration et de déduction mathématiques dans un environnement inconnu.*
- *Montrer aux élèves que des outils simples et connus de tous permettent d'établir des résultats intéressants.*

Déroulement de la séance

- Distribution de la fiche élève
- Un élève par ordinateur
- L'activité est réalisable a priori avec tout logiciel de géométrie*.

** Les élèves ont pris l'habitude de travailler avec Geogebra, mais Geoplan convient également.*

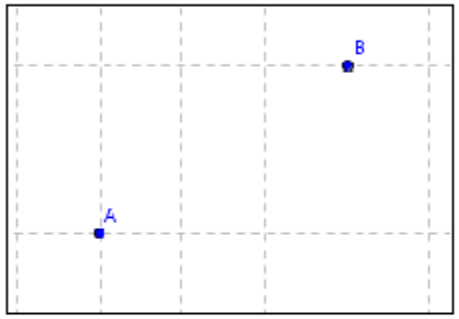
Fiche_élève

première partie

La distance piéton

Partie A : présentation

On a représenté le plan d'une ville, les lignes représentant les rues.
On a chois: deux lieux dans la ville matérialisés par les points A(1,2) et E(4,4)



1) On veut aller du point A au point B par le plus court chemin. L'unité de longueur choisie est le côté de carreau.

Quelle sera la distance parcourue :

a) Si on va de A à B en ligne droite ? (On pourra utiliser le logiciel pour obtenir une valeur approchée, puis indiquer comment on pourrait obtenir une valeur exacte)

b) Si on doit se déplacer à pied, en ne se déplaçant que suivant les rues, représentées ici par des lignes ?

La première distance sera appelée **distance euclidienne**, et notée $d_E(A,B)$ et la deuxième **distance piéton** et notée $d_P(A,B)$

Fiche élève
un peu de théorie

2) **La distance piéton : quelques propriétés.**

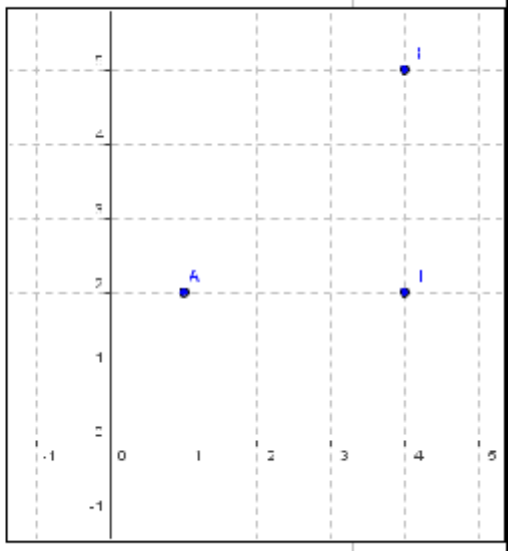
On se place à présent dans un repère, et on décide cette fois-ci de ne plus imposer un déplacement sur les lignes du quadrillage, mais seulement suivant les directions horizontales et verticales.

a) La distance piéton dépend-elle du chemin choisi ?

b) Sur l'exemple ci-contre, comment peut-on exprimer $d_p(A, B)$ en fonction de AH et BH ?

c) Quelles sont sur l'exemple ci-contre les coordonnées de A, de B, de H ?

d) De manière générale, si on a $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$, quelles sont les coordonnées de H ?



Fiche élève : conjectures

Partie B : quelques problèmes à résoudre à l'aide d'un logiciel de géométrie :

Placer le point H grâce à la formule .Créer les segments [AH]et [BH].
Créer la distance piéton dP(A,B)
(Aide pour le logiciel : vous pouvez utiliser la zone de saisie pour placer le point H (H=(x(B),...) , et pour créer dP(A,B))

1. **Comparer les deux distances .**

Faire afficher par le logiciel $d_E(A,B)$.
En déplaçant les points A et B, comparer les deux distances $d_E(A,B)$ et $d_P(A,B)$. Sont-elles toujours dans le même ordre ? Y-a-t il des cas d'égalités ?

2. **Un cercle piéton .**

On garde le point A fixe, et on cherche les points B tels que $d_P(A,B)=3$.(les points situés à une distance piéton de 3)
a) Grâce au logiciel, trouver des points qui conviennent. Les marquer.
b) Tracer la figure formée par les points trouvés. Quelle est cette figure ? Vérifier que tous les points conviennent.

(on pourra « attacher » le point B au polygone trouvé en redéfinissant le point B en Point[poly1])

c) justifier le titre de ce paragraphe. (Quel est l'ensemble des points B tels que : $d_E(A,B)=3$?)

3. Bonus : à égale distance.
Albert travaille en $C(0,0)$ et Myriam en $M(4,2)$.
Ils veulent se retrouver dans un endroit marqué T situé à égale distance de leurs lieux de travail respectifs.

a) Placer sur une nouvelle figure les points A et M, puis un point T quelconque, et faire apparaître les distances piétons $d_P(C,T)$ et $d_P(M,T)$
b) Dessiner l'ensemble des points qui conviennent
c) Parmi tous ces points, lesquels sont les plus proches des deux lieux de travail

Avec la valeur absolue

Partie C : un peu d'algèbre

1) Une formule

On reprend l'exemple de départ, avec les points A(1,2) et B(4,4).
a) Exprimer $d_p(A,B)$ en fonction des coordonnées de A et B
b) De manière générale, si on a $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$, exprimer $d_p(A,B)$ en fonction des coordonnées (penser à la valeur absolue !)

2) Le cercle piéton :

On reprend le point A(1,2) et on considère un point M(x,y) quelconque. On veut déterminer $d_p(A,M)$ en fonction de x et y.

a) Compléter le tableau suivant, avec l'expression correcte de $d_p(A,B)$

	$y \geq 2$	$y \leq 2$
$x \geq 1$		
$x \leq 1$		

b) Pour chacun des cas étudiés précédemment, que devient l'équation $d_p(A,B)$ =3 ? Quelle représentation graphique sera associée ?

Retrouve-t-on bien la figure étudiée sur ordinateur ?

Réalisation de la figure et premières conclusions

- La communication entre les élèves est acceptée et encouragée.
- Le professeur circule et

  - aide directement ou incite à demander une aide à un camarade,
  - vérifie et valide les résultats.
  - encourage les élèves à rédiger leurs raisonnements et à les illustrer par des copies d'écran.

Reprise et approfondissement

- Les résultats sont rappelés à l'aide du vidéo-projecteur.
- Le cas de la médiatrice est également présenté au travers de plusieurs situations qui illustrent les particularités de la géométrie-piéton
- Un approfondissement théorique est proposé au travers de l'utilisation de la notion de valeur absolue.