

Niveau concerné : Terminale

Durée : 30 à 50 minutes

Type de travail : travail de groupes ou devoir à la maison

Compétences mathématiques :

Chercher	×
Raisonner	
Modéliser	×
Représenter	
Calculer	×
Communiquer	×

Thèmes du programme : Probabilités

Grille d'évaluation :

Production attendue :

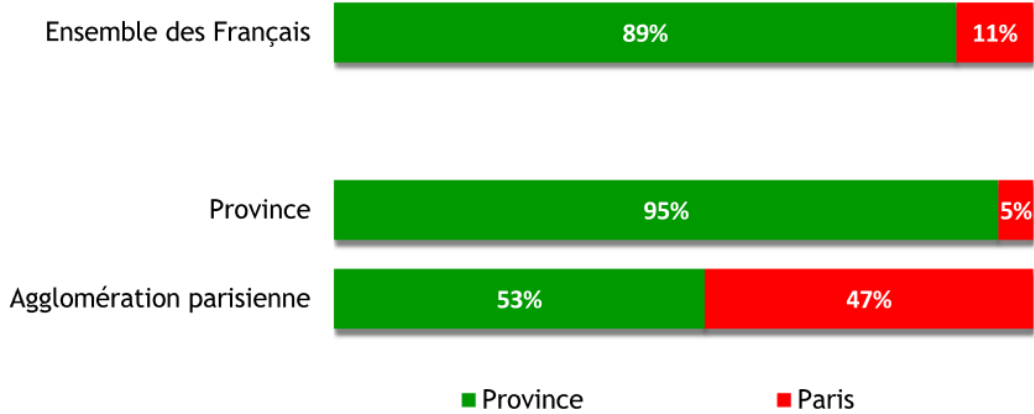
Compte rendu de recherche

Version 1 « problème ouvert » :

En novembre 2013, un échantillon représentatif de la population française a été interrogé pour l'institut de sondage BVA et s'est vu posé la question :

« Si vous aviez le choix, préféreriez-vous vivre à Paris ou en Province ».

L'institut de sondage publie les résultats suivants :



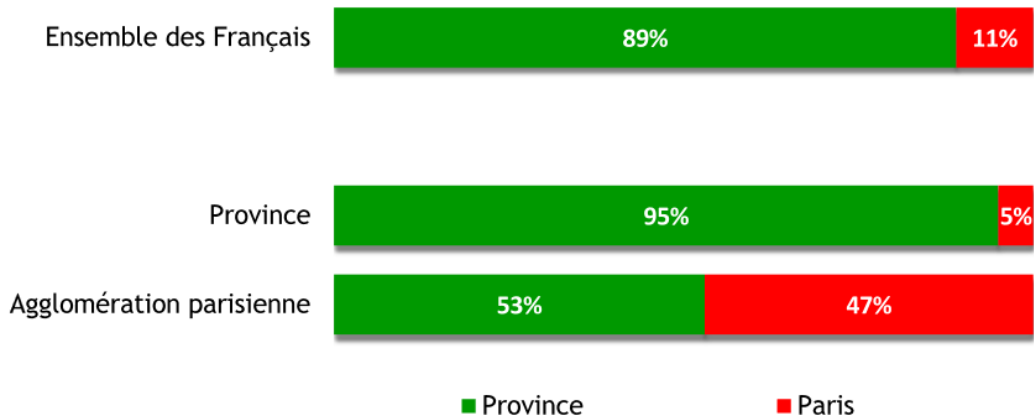
Quelle est la proportion p de parisiens interrogés ?

Version 2 « classique » :

En novembre 2013, un échantillon représentatif de la population française a été interrogé pour l'institut de sondage BVA et s'est vu posé la question :

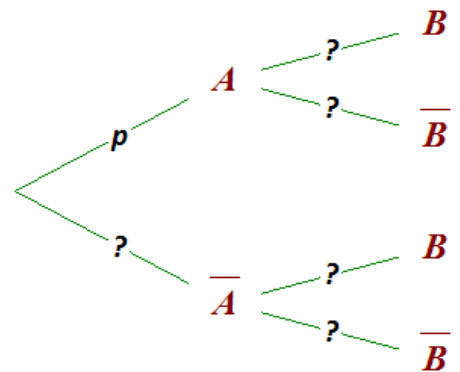
« Si vous aviez le choix, préféreriez-vous vivre à Paris ou en Province ».

L'institut de sondage publie les résultats suivants :



L'objectif est de déterminer la proportion p de parisiens interrogés, qui n'a pas été communiquée par l'institut de sondage.

- D'après les données fournies par l'institut de sondage :
 - quelle est la proportion de provinciaux qui préféreraient vivre en Paris ?
 - quelle est la proportion de parisiens qui préféreraient vivre en Paris ?
- On interroge au hasard l'une des personnes interrogées par le sondage, et on note les événements :
 A « la personne vit en région parisienne »
 et B « la personne préfèrerait vivre en région parisienne ».
 Compléter l'arbre pondéré ci-contre.
- Déterminer la proportion p .



PRODUCTIONS D'ELEVES

Par essais numériques « astucieux », puis calculs :

D'après le sondage, 89% de l'ensemble des Français veut vivre en Province. On sait aussi que parmi ces 89%, 95% sont des provinciaux et 53% sont des Parisiens. On peut donc écrire cette relation: $89 = 95x + 53y$ avec $x + y = 1$.
Par tâtonnement, on essaie de trouver les coefficients x et y .
L'essai le plus fructueux est $x = 0,85715$ et $y = 0,14285$.

Calcul: $95 \times 0,85715 + 53 \times 0,14285 = 89,0003$
On en déduit donc que la proportion p de Parisiens interrogés est de $\approx 14,3\%$.
On essaie de résoudre les équations
$$\begin{cases} 89 = 95x + 53y & \text{ou } 1 \text{ } x \\ 11 = 5x + 47y \end{cases} \times 19$$
$$209 = 95x + 893y$$
$$120 = 840y$$
$$y = \frac{120}{840} \approx 0,14$$

Donc la proportion p exacte est $\frac{120}{840}$.

Avec une moyenne pondérée :

Ensemble Français: 89%. Provinciaux 11%. Parisiens.

$89\% = 95\% + 53\% = 1,48$

$95x + 53y = 89$ $y = 1 - x$

On part de x (proportion de provinciaux) et y (proportion de Parisiens)

On part de l'hypothèse que l'ensemble des Français qui veulent habiter en province peut être traduit par l'équation

$= 95x + 53y = 89$ Sachant que $y = 1 - x$

$= 95x + 53(1 - x) = 89$ Donc

$= 95x + 53 - 53x = 89$ $y = 1 - x$

$= 42x = 89 - 53$ $y = 1 - 0,86$

$\frac{42x}{42} = \frac{36}{42}$ $y = 0,14$

$x = 0,86$ Donc la proportion de provinciaux est de 0,14 (soit 14%)

Donc la proportion p de Parisiens interrogés est de 14%

Avec un arbre pondéré :

$$x \times \frac{53}{100} + (1-x) \times \frac{95}{100} = \frac{89}{100}$$
$$\frac{53x}{100} + \frac{95}{100} - \frac{95x}{100} = \frac{89}{100}$$
$$\frac{-42x}{100} = \frac{89}{100} - \frac{95}{100}$$
$$-42x = \frac{89}{100} \times 100 - 95$$
$$-42x = 89 - 95$$
$$-42x = -6$$
$$-x = \frac{89}{42} - \frac{95}{42}$$
$$x = 0,14$$

14% de parisiens sont interrogés lors de ce sondage.

