RESOUDRE UNE EQUATION OU PAS...

FICHE ENSEIGNANT

Niveau concerné :

Seconde

Type de travail :

Devoir en temps libre

Compétences mathématiques :

Chercher	×
Raisonner	
Modéliser	
Représenter	×
Calculer	×
Communiquer	×

Scénario :

Problème à prise d'initiative

FICHE ELEVE

Proposer au moins deux méthodes pour résoudre l'équation $x^2 - 4x + 3 = 0$

Production d'élèves:

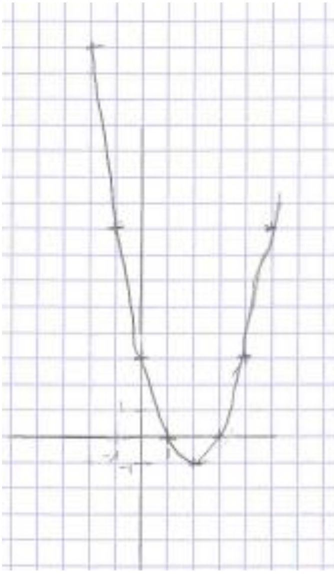
Idée 1 : une solution GRAPHIQUE

À l'aide de la calculatrice, on appuye sur la touche $\boxed{f(x)}$ puis on écrit la fonction $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

On veut ensuite faire un tableau de valeurs avec cette fonction afin de trouver la solution qui nous permet d'obtenir $x^2 - 4x + 3 = 0$. J'ai choisi comme domaine de définition $[-4;6]$ avec 1 pas d'écart. Sur la calculatrice on appuye sur les touches $\boxed{2^{nd}}$ / $\boxed{\text{fenêtre}}$ et établit le domaine de définition : Début Tbl $= -4$
Δ Tbl $= 1$.

Pour observer le tableau de valeurs sur la calculatrice, on appuye sur la touche $\boxed{2^{nd}}$ $\boxed{\text{graphe}}$. Le résultat donne

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	35	24	15	8	3	0	-1	0	3	8	15



On remarque qu'il y a 2 solutions qui permettent de résoudre l'équation produit.

Les solutions qui permettent de résoudre cette équation sont 1 et 3.

Idée 2 : résolution ALGEBRIQUE

Elève 1 :

On utilise la résolution algébrique pour essayer de trouver les solutions de cette équation produit. D'abord on cherche à factoriser
$f(x) = x^2 - 4x + 3$
(je n'ai pas trouvé!)

Elève 2 : utilisation de l'identité remarquable

Je remplace 3 par 4-1 pour apparaître une identité remarquable

$x^2-4x+4-1=0$ Comme $x^2-4x+4=(x-2)^2$

$(x-2)^2-1=0$ C'est une équation qui à la forme de

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

$((x-2)+1)((x-2)-1)=0$

$(x-2+1)(x-2-1)=0$

$(x-1)(x-3)=0$ $(a\times b=0 \rightarrow a=0$ ou $b=0)$

$(x-1)=0$ ou $(x-3)=0$

$x-1=0$ ou $x-3=0$

$x=1$ ou $x=3$

$S=\{1;3\}$

Elève 3 : avec une technique calculatoire plus complexe

I Je cherche à factoriser de manière avoir une équation de type produit nul.

J'ai trouvé de tête que 1 était une solution de l'équation je cherche donc à factoriser par $x-1$

$x^2-4x+3=0$

$(x-1)(x+a)=0$

On cherche a donc on développe

$(x-1)(x+a)$

$x^2+xa-x-a$

A est donc égal à -3

vérification

$(x-1)(x-3)$

$x^2-3x-x+3$

x^2-4x+3

Comme la vérification donne le bon résultat, il existe donc 2 solutions à :

$(x-1)(x-3)=0$

Dans un produit si un facteur est nul alors le produit est nul.

les solutions sont donc

$x-1=0$ ou $x-3=0$

$x=1$ $x=3$

Idée 3 : l'appel à un ami ou à internet....

Elève 1 :

C'est alors que j'ai demandé de l'aide à un ami qui m'a conseillés de chercher le discriminant sans me dire plus dont on calcule ce discriminant Δ (delta) donne par la formule

$\Delta = b^2 - 4ac$

Or $\Delta = (4)^2 - (4 \times 1 \times 3) = 16 - 12$

le discriminant est égale à 4

l'équation admet 2 solution réelle, car $\Delta > 0$

Elève 2 :

Pour la resoudre, on calcule le discriminant Δ, il faut appliquer cette formule : $\Delta = b^2 - 4ac$

$a = 1 \quad b = -4 \quad c = 3$

$\Delta = b^2 - 4ac$
$= (-4)^2 - 4 \times 1 \times 3$
$= 16 - 12$
$= 4 \quad \Delta = 4$

Si $\Delta < 0$: pas de solutions
Si $\Delta = 0$: une solution
Si $\Delta > 0$: deux solutions
ici $\Delta = 4$ $\Delta > 0$, il y a donc 2 solutions à l'équation

Pour $x1 = (-b - \sqrt{\Delta}) \div 2a$
$= \dfrac{-(-4) - \sqrt{4}}{2}$
$= \frac{2}{2} = 1 \quad x1 = \underline{1}$

Pour $x2 = (-b + \sqrt{\Delta}) \div 2a$
$= \dfrac{-(-4) + \sqrt{4}}{2}$
$= 3 \quad x2 = \underline{3}$

Vérification : $x1 = 1^2 - 4 \times 1 + 3$
$= 1 - 4 + 3$
$= 0$

$x2 = 3^2 - 4 \times 3 + 3$
$= 9 - 12 + 3$
$= 0$

L'équation admet deux solutions : 1 et 3.