

## FICHE ENSEIGNANT

### Niveau concerné

Cycle 4

**Durée : 1 séance**

### L'activité contient :

Affectation	X
Variable	X
Boucle	X
Test	X
Programmation parallèle	

### Compétences mathématiques :

Chercher	X
Raisonner	X
Modéliser	X
Représenter	
Calculer	X
Communiquer	X

### Domaines du socle :

Domaine 1	Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques
Domaine 2	Coopération et réalisation de projets
Domaine 3	
Domaine 4	Démarches scientifiques Conception, création, réalisation
Domaine 5	Organisations et représentations du monde

### Pré-requis

### En algorithmique débranchée :

- Suivre manuellement les étapes d'un algorithme

### Mathématiques :

- différencier les termes « chiffre » et « nombre ».
- numération de position.
- traduire le verbe « soustraire » par la bonne opération.
- soustraction avec retenues.

## **Modalités et matériels**

---

En classe entière : travail de lecture sur l'énoncé en binôme puis travail individuel.

On peut envisager l'utilisation de la calculatrice pour les élèves les plus en difficulté notamment lors du passage à l'étude de 4 chiffres.

## **Objectifs**

---

- Pratiquer une démarche expérimentale et d'investigation afin d'expliquer une particularité mathématique présentée sous la forme d'un algorithme.
- Relier l'algorithmique aux mathématiques à travers une activité simple (seule la connaissance de la soustraction est indispensable) et ludique.

## **Scénario**

---

Lecture de l'énoncé par binôme puis retour avec le groupe classe avant le passage au travail individuel.

Travail individuel sur la description de l'algorithme afin d'avoir un maximum de données.

Aide apportée aux élèves les plus en difficulté sur la répétition des étapes 2) ; 3) et 4) avec les soustractions successives.

Passage à la partie « Emettre une conjecture » avec la première question faite en classe entière.

La deuxième question passe par un retour à un travail individuel.

Un bilan avec le groupe classe est fait à la question 4). La question 5) peut être abordée par les élèves les plus en avance.

Enfin, les élèves les plus à l'aise avec la notion pourront éventuellement aborder la démonstration.

On peut imaginer traiter cette dernière partie uniquement avec des élèves de 3è en cycle 4.



### L'algorithme de Kaprekar

Kaprekar est un mathématicien indien contemporain (1905-1988) bien connu pour son habilité en calcul. Il aime proposer le jeu suivant :

**« Pense à un nombre de trois chiffres, tous différents.**

**Écris le nombre le plus grand que tu peux former avec ces trois chiffres, puis écris le nombre le plus petit.**

**Fais la différence des deux. Avec le nombre obtenu, recommence. Fais cette opération cinq fois. En attendant, j'écris sur un papier le résultat que tu vas trouver. »**

#### Description de l'algorithme

- 1) Choisissez un nombre entier constitué de 3 chiffres tous différents.
- 2) Écrire avec ces trois chiffres, le nombre entier de trois chiffres le plus grand possible que l'on note G.
- 3) Écrire avec ces trois chiffres, le nombre entier de trois chiffres le plus petit possible que l'on note P.
- 4) Soustraire le plus petit nombre P au plus grand G.  
On note K le résultat obtenu : c'est le nombre de Kaprekar formé à partir du nombre entier de départ.
- 5) Reprendre les étapes 2) ; 3) et 4) avec le nouveau nombre K obtenu lors de la soustraction du 4).

## Émettre une conjecture

1) Compléter le tableau ci-dessous. Que constate-t-on ?

<b>nombre</b>	410	396	594			
<b>G</b>	410	963				
<b>P</b>	041	369				
<b>K=G-P</b>	396	594				

2) Compléter un nouveau tableau avec un nombre de trois chiffres tous différents de votre choix.  
Que constate-t-on ?

<b>nombre</b>						
<b>G</b>						
<b>P</b>						
<b>K=G-P</b>						

3) Finalement, quel nombre M. Kaprekar écrit-il sur son papier ?

4) Tester l'algorithme de Kaprekar avec un nombre de quatre chiffres. Que se passe-t-il ?

## Pour aller plus loin : démonstration algorithmique

On souhaite démontrer qu'avec l'algorithme de Kaprekar, quelque soit le nombre de trois chiffres choisi, le résultat final que l'on obtiendra sera 495.

On choisit un nombre entier  $n$  quelconque que l'on note  $abc$ .

$a$  est le chiffre des centaines,  $b$  est le chiffre des dizaines et  $c$  celui des unités donc on peut écrire que :

$$abc = a \times 100 + b \times 10 + c$$

Puisqu'on choisit des nombres avec trois chiffres tous différents, on peut supposer que  $a > b > c$ .

1) Quel est le plus petit nombre  $P$  que vous puissiez écrire à partir du nombre  $n = abc$  ?

2) Démontrer que.  $K = 99(a - c)$

3) En déduire que  $K$  est un multiple de 99 puis énumérer les nombres de 3 chiffres multiples de 99.

4) Utiliser l'algorithme de Kaprekar pour chacun des nombres énumérés précédemment.  
Conclure.