Enseignement des mathématiques *et* maîtrise de la langue

En quoi les mathématiques sont elles concernées…

On se propose[1] ici d'explorer la question de la place de la maîtrise de la langue dans l'enseignement des mathématiques[2]. La question sera abordée selon trois axes :

- Est-il possible de construire une attitude commune quant à la langue dans l'enseignement des différentes disciplines ? sur quelles bases ?
- Quels sont les apports spécifiques des mathématiques ?
- Qu'est-ce que l'enseignement des mathématiques a à y gagner ?

Premier axe : une attitude commune

1) Variétés des pratiques langagières

Construire une attitude commune suppose de dépasser la conception qui restreint une langue à un lexique et une grammaire. On sait en effet qu'une langue c'est bien plus que cela : c'est une multitude de pratiques langagières[3] très diverses (à l'oral : les conversations, les disputes, les conférences, les questions que pose l'enseignant à la classe et ce qu'il attend comme réponse… ou à l'écrit : un roman, un poème, un article, une réponse à une consigne ou une démonstration…). Ces pratiques langagières sont « définies » principalement par le cadre où elles ont lieu, le statut de leurs protagonistes et leurs enjeux. Chacune implique des façons de faire avec le langage qui lui sont spécifiques.

Quand on y pense, la **variété des pratiques langagières** auxquelles on a recours pendant une heure de cours ordinaire est déjà assez impressionnante. Quoi de commun, d'un point de vue langagier, entre le moment où l'on fait l'appel, celui où l'on morigène un élève dissipé, celui où l'on discute de la solution d'un problème et celui où une leçon est transcrite au tableau et sur les cahiers ? Les élèves ont-ils conscience de cette variété ? Font-ils *vraiment* la différence entre un dialogue pédagogique et une simple conversation ? Rien n'est moins sûr. On notera par exemple, à quel point il est difficile pour les élèves d'écouter (je veux dire avec l'attention qu'elles méritent) les interventions des autres et (symétriquement) à quel point il est encore plus difficile à un élève d'adopter la posture selon laquelle ce qu'il dit est destiné non seulement à l'enseignant mais aussi à la classe toute entière : bref qu'il y a là quelque chose à partager, à mettre en commun.

Puisqu'on n'utilise la langue que pour faire quelque chose avec (expliquer, décrire, convaincre, haranguer, bénir, questionner, penser…) il est clair dès lors que la maîtrise de la langue n'est pas un objectif que l'on peut traiter en soi. On ne saurait progresser en ce domaine qu'en progressant dans des pratiques langagières variées : apprendre à rédiger un récit fantastique n'aide guère quand il s'agit de rédiger une démonstration… tant les enjeux et les modes de fonctionnement sont différents. C'est d'ailleurs pour cette raison que la maîtrise de la langue ne saurait être du seul ressort du professeur de français… On conçoit d'ailleurs à quel point serait illusoire (parce que démesuré) l'objectif de maîtriser entièrement une langue dans tous ses aspects et ses usages quand bien même il s'agirait de sa langue maternelle. Le

[1] Ce texte a été conçu pour pouvoir être lu par des lecteurs non spécialistes des mathématiques.
[2] Je tiens à remercier tout particulièrement Mme Chantal Perfetta pour ses suggestions et ses remarques.
[3] Sur la notion de pratique langagière on lira avec profit le livre d'Elisabeth Bautier *Pratiques langagières, pratiques sociales* L'Harmattan 1995.

seul objectif raisonnable est celui de progresser, sa vie durant (c'est sans fin), dans la maîtrise de certaines pratiques langagières.

Il suffit d'ailleurs d'observer avec un peu de distance la façon dont les mathématiciens s'expriment pour se convaincre qu'il n'existe pas une langue française (= orthographe + grammaire) que l'on va pouvoir apprendre en elle-même puis utiliser dans toutes les situations imaginables. (Pas plus qu'il n'existe un marteau universel utilisable dans toutes les situations, même si le concept de marteau a un sens : il faut choisir le bon marteau pour faire ce qu'on a à faire ; par exemple, prendre un marteau pilon pour écraser une mouche si le but n'est pas d'écraser la mouche mais de montrer que l'on est prêt à y mettre les moyens…).

Tout autant que les autres domaines de connaissance, les mathématiques ont leurs particularités langagières[4]. Prenons quelques exemples :

- Parmi les plus emblématiques, il y a le fameux « soit » par lequel commencent tant d'énoncés et qu'on ne trouve construit comme ça qu'en mathématiques (même s'il s'apparente au biblique « Que la lumière soit »). Voilà un usage quelque peu étrange du verbe être, d'autant plus exotique que l'on s'autorise à le mettre au singulier même s'il est question de plusieurs objets : « s*oit* A un point et d une droite … » ;
- Tout aussi spécifique le « si …alors » employé uniquement avec le présent de l'indicatif dans les énoncés des théorèmes ;
- Signalons aussi (le diable gît dans les détails…) les usages curieux de certains déterminants : f(x) qui se prononce « èf <u>de</u> ixe », ou bien l'expression « le cercle <u>de</u> centre A … » tellement bizarre que beaucoup d'élèves lui préfèrent « le cercle <u>du</u> centre A ».

Remarquons au passage que si l'on réduit la langue à un lexique et à une grammaire l'affirmation selon laquelle tous les enseignants sont aussi enseignants de langue n'a guère de sens. On observera qu'elle ne peut pas faire de sens non plus pour les élèves, comme en atteste l'embarras récurrent que suscite la question « Ca compte l'orthographe ? ». Aucune réponse n'est évidemment satisfaisante. Si vous répondez non, vous donnez l'impression que cela vous indiffère ; si vous répondez oui, vous choquez les élèves qui considèrent que l'orthographe c'est du français et donc n'a à être notée qu'en français. Voyez aussi les difficultés auxquelles les enseignants de mathématiques sont confrontés lorsqu'il leur prend l'idée saugrenue d'utiliser des catégories grammaticales pour expliciter une formulation : dans « deux tiers », « deux » c'est - un article ? – un adjectif ? – un déterminant ? Et « tiers » qu'est-ce que c'est – un nom ? – un nom commun ? – un substantif ? (Rayez les mentions inutiles.)

Bon ! Mais s'il ne s'agit ni d'orthographe ni de grammaire, de quoi alors est-il question? De plein de choses en fait, comme nous l'allons voir.

Un premier axe d'intervention pédagogique consiste à faire prendre conscience aux élèves de l'extrême variété des pratiques langagières et de mettre des mots sur le phénomène. En commençant par le plus « évident » : on ne va certes pas employer en classe la version du français que les élèves parlent dans la cours de récréation, ni celle qu'ils parlent avec leurs parents (s'ils sont francophones). Mais ce n'est pas parce que « la nôtre » est meilleure que « la leur ». C'est parce que c'est celle qui convient pour faire ce qu'on à faire à l'école :

[4] On l'aura compris, il n'y a pas de « langue » ni de « langage » mathématique mais des pratiques langagières liées aux postures cognitives, aux structures et à l'histoire de la discipline.

apprendre et comprendre, acquérir des savoirs qui se sont construits dans et par l'écrit. Mais attention à ne pas faire de hiérarchie : si pour entrer dans les apprentissages l'élève doit renoncer à « son » langage, ou se mettre à considérer que celui-ci est sans valeur ou inférieur… il risque de préférer ne pas en changer. Autant qu'il comprenne vite que le fait d'acquérir la « langue de l'école » n'implique en rien qu'il doive considérer les autres comme inférieures. Pour prendre un exemple élémentaire, ce n'est pas parce qu'en mathématique le mot « cercle » est utilisé plutôt que le mot « rond » qu'il faut renoncer à l'emploi du mot « rond » une fois qu'on est sorti de la classe. Mais il est important d'avoir compris que la porte de la classe est une frontière symbolique : lorsqu'on la passe, il faut changer de façon de s'exprimer (on (n') est pas chez Bégaudeau…).

Aussi ne s'interdira-t-on pas d'employer, dans le cours de mathématiques, des mots peu courants, mais en faisant attention à ce que ça ne devienne pas une marque de distance : lorsque j'utilise le mot « lapidaire » certains élèves me font remarquer que j'emploie des mots bizarres (du moins pour eux). C'est une bonne occasion pour leur dire que c'est exprès, pour qu'ils les entendent et les apprennent. Un mot de plus dans son vocabulaire c'est toujours bon à prendre…

2) Constituer le langage comme objet distinct de soi

Une autre chose très importante est de permettre aux élèves d'adopter une posture de distanciation vis-à-vis du langage : poser le langage comme objet distinct de soi et que l'on peut donc étudier, observer, décrire… et avec lequel, aussi, on peut jouer. Cela n'a rien d'évident et peut très bien être mal vécu par certains élèves (un peu comme d'étudier le fonctionnement du corps humain…). Or, pour entrer dans la grammaire ou pour adopter l'attitude convenable vis-à-vis d'un document historique, il est indispensable de pourvoir adopter cette posture. Et, comme nous le verrons, c'est aussi le cas pour les mathématiques.

Il s'agit aussi de comprendre qu'on n'est pas tout entier dans ce que l'on dit… Les mathématiques offrent bien des occasions d'observer des spécificités langagières, spécificités que l'on aura soin de légitimer en les reliant avec les enjeux de la discipline chaque fois que cela est possible[5]. On pourra aussi faire observer aux élèves que les différents domaines des mathématiques ont leurs spécificités et leurs propres pratiques langagières (on n'écrit pas de la même façon en algèbre et en géométrie).

3) L'école est un endroit où l'on fait attention à ce que l'on dit et à la façon dont on le dit.

Mener en certaines occasions avec les élèves une réflexion sur la façon dont on s'exprime peut se révéler extrêmement productif à condition que ce soit fait en situation. Prenons un exemple : lors d'une séquence sur les notions de droites verticales et de droites horizontales dans l'*espace* (comme on dit en mathématiques…) la question se pose de savoir s'il y a un mot pour qualifier les droites qui ne sont ni horizontales ni verticales. Toute la classe propose alors « diagonales ». Or, en mathématiques, ce mot désigne tout autre chose. Une fois la signification explicitée (c'est l'occasion de décomposer le mot en *dia-gon-al* et de montrer que ce mot a été forgé en fonction de son sens) on en infère que, le mot étant déjà pris, les mathématiciens ont préféré un autre mot pour dire ni vertical ni horizontal : ce mot c'est « oblique ». Mais bien entendu il n'est pas question de demander aux élèves de rayer de

[5] Cela ne l'est pas toujours : l'usage du mot « milieu » pour un segment plutôt que du mot « centre » n'a pas de justification mathématique puisque le milieu d'un segment est aussi son centre de symétrie.

leur vocabulaire ordinaire des expressions comme « en diagonale » : il faut même dire expressément qu'il n'y a aucun inconvénient à ce qu'ils l'utilisent en dehors de la classe de mathématique. Dans le même ordre d'idée on pourra mettre l'accent sur le fait qu'en mathématiques, contrairement à ce qui se passe dans la langue du quotidien, les mots désignant les concepts sont, la plupart du temps[6], monosémiques : quand on rencontre le mot « milieu » en mathématiques, il n'y a aucune ambiguïté : il s'agit toujours du milieu d'un segment, et, le segment étant donné, le mot milieu ne désigne qu'un seul point. Aucune maniaquerie derrière tout ça évidemment puisque ce qui est en jeu, c'est l'efficacité de l'ensemble.

Prenons un autre exemple où l'attention portée à la langue peut s'avérer pédagogiquement très utile : une fraction, par exemple « deux tiers », de quoi est-ce constitué ? Observons que le nombre qui figure au dénominateur ne se prononce pas comme il est écrit : dans $\frac{7}{4}$ le 4 ne se prononce pas 4 mais « quart ». En conséquence une fraction n'est pas constituée de deux nombres mais d'un nombre et d'un nom commun. Des élèves à qui on aura fait observer cela, admettrons plus facilement le fait essentiel que $\frac{7}{4}$ ce n'est pas deux nombres superposés (« 7 *sur* 4 ») mais que c'est l'écriture d'un nombre.[7]

Prendre conscience que les façons de dire sont loin d'être indifférentes permet d'avancer progressivement dans l'idée qu'il est bon d'adapter son langage au(x) but(s)[8] que l'on poursuit et que la construction en classe des savoirs ne fait pas exception à la règle

4) Apprendre à distinguer le registre de l'oral et celui de l'écrit

Il est tout aussi indispensable d'attirer l'attention des élèves sur l'existence dans le langage de deux registres très différents : l'écrit (le scriptural) et l'oral. On sait que beaucoup d'élèves n'ont pas cette conscience. Dès lors les exigences de l'écrit ne peuvent être vraiment assimilées. Dans la mesure où leurs enjeux échappent, elles ne sont pas comprises et passent souvent pour arbitraires. On dit fréquemment, pour le déplorer que les élèves « écrivent comme ils parlent ». En fait c'est parce qu'ils ne sont pas encore rentrés vraiment dans le registre de l'écrit que l'on trouve dans les productions des élèves des éléments et des structures importées de l'oral. Comme nous le verrons, les mathématiques sont un moyen particulièrement pertinent pour faire sentir la distinction et les différences d'enjeu entre les deux registres.

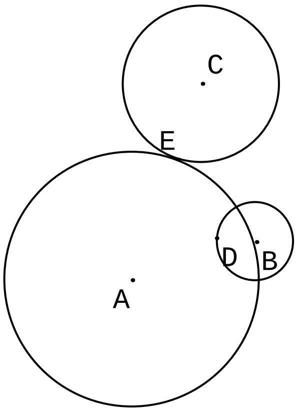
Tout d'abord, l'écrit demande une précision que l'oral ne nécessite pas : c'est une des raisons des difficultés rencontrées par les élèves. Pour ne prendre qu'un exemple, « décrire » une figure géométrique quand tous les protagonistes de l'échange ne l'ont pas sous les yeux nécessite la mise en œuvre de moyens textuels spécifiques.

---

[6] Contre-exemple gratiné : le mot « hauteur » quand il s'agit d'un triangle peut désigner selon les besoin du moment un segment, une droite ou une longueur. Autre exemple de polysémie : le signe moins peut signifier dans une même ligne de calcul une opération (une soustraction), le signe d'un nombre (négatif) ou encore l'opposé d'un nombre : $-(-3)-9$.

[7] Bien entendu, cela ne suffit pas. Le refus d'accepter qu'une fraction soit l'écriture d'un nombre est extrêmement résistant…

[8] D'où la nécessité pour l'enseignant d'être au clair avec les buts en question.



Quand on a sous les yeux la figure ci-contre, des désignations comme « le grand cercle » « le petit cercle » « le cercle C » « le cercle qui est en bas à droite » sont largement suffisantes pour savoir de quoi on parle. On peut grâce à elles produire à l'oral l'ébauche d'un programme de construction ou la première version d'un raisonnement, mais ces désignations qui sont sans ambiguïté si l'on voit la figure, deviennent rapidement insuffisantes pour pouvoir raisonner : il sera nécessaire alors d'être plus exigeant quant aux désignations et de choisir des formulations plus précises comme « le cercle de centre A et passant par E ». Et ce d'autant plus qu'en mathématiques un raisonnement doit tenir debout sans avoir recours au tracé de la figure (cette exigence de la discipline est tout sauf naturelle…).

Notons au passage que, pas plus que celui de l'écrit, le registre de l'oral n'est homogène : il est constitué de pratiques langagières très différentes et de plus il est loin d'être étanche à celui de l'écrit : l'oral scolaire est ainsi fortement influencé par l'écrit. « Fais une phrase ! » enjoint-on souvent aux élèves… Or, comme nous l'ont appris les linguistes, la notion de phrase n'a aucune pertinence pour l'analyse de l'oral. Importer dans l'oral des exigences de l'écrit n'aide pas forcément les élèves à s'y retrouver.

5) Banaliser (désacraliser) l'écrit

L'écrit fait peur à certains élèves. En particulier (mais ce n'est bien entendu pas la seule cause)[9] parce que pour le produire ou le lire il faut mettre en œuvre une somme impressionnante de savoirs et de savoir-faire. Il faut considérer cette peur (ou cette appréhension) comme légitime. Banaliser l'écrit est une stratégie pertinente pour permettre de dépasser la peur qu'il peut inspirer. Banaliser l'écrit signifie avoir recours à des écrits non normés (et non notés…). Parmi ceux-ci la catégorie des écrits intermédiaires est intéressante : ainsi, lorsque l'on a une figure à décrire, on pourra, au lieu de se lancer directement dans la rédaction du texte, commencer par une liste : celle des différents éléments qui la constituent. Cette liste est une étape vers le texte final. On peut ensuite demander aux élèves de refaire la figure en explicitant au fur et à mesure ce qu'ils font. Cela permet de montrer au passage que le texte final ne surgit pas tout beau tout propre de la tête du professeur.

Ainsi, banaliser l'écrit c'est aussi casser des idées reçues extrêmement prégnantes : souvent pour les élèves un écrit n'a jamais existé que sous une seule forme (sa forme finale), il n'est pas le résultat d'un processus de maturation, il n'a pas nécessité plusieurs étapes et pire (?) il n'a qu'une seule forme possible : la bonne[10]. On peut, pour lutter contre cette conception, travailler sur les textes que l'on va écrire dans la partie leçon. Une première étape consiste, par exemple, à demander de faire (au brouillon) le bilan d'une activité. On pourra ensuite produire le texte de la leçon à partir de ces « écrits de travail ».

[9] Cf. Serge Goffard *Entrer dans l'écrit : les genres de discours* Crdp Académie de Créteil
[10] Il ne suffit pas pour venir à bout de cette idée de demander aux élèves de faire des brouillons puisqu'il peuvent très bien imaginer que ce recours est dû uniquement à leur manque de compétences.

Autre manière de procéder : proposer un texte de leçon aux élèves et leur demander s'ils n'ont pas de suggestions à faire pour le rendre plus accessible, plus facile à lire, plus compréhensible. Si l'enseignant est effectivement le garant de la validité du texte au regard des mathématiques, il pourra amender le texte qu'il a produit en fonction des propositions des élèves. On notera que cette pratique a un avantage énorme : elle montre que le texte de la leçon a un destinataire : les élèves.

Il peut donc être intéressant de donner par moment aux élèves des textes imparfaits ou amendables. Le professeur pourra aussi montrer ses brouillons… et dédramatiser les cacographies. (Lorsque je donne un texte que je viens de produire aux élèves, je les avertis qu'il ne serait pas étonnant qu'il y figure des fautes d'orthographe ou de frappe ou des incohérences locales consécutives à des copiés-collés malencontreux et je leur demande de me les signaler. Pas de honte à avoir mais il est indispensable de corriger le texte. Dédramatisons…).

Dans le même ordre d'idée il convient de ne pas entrer trop rapidement dans la norme afin de ne pas rendre la tâche de l'élève trop écrasante. (Attention aussi à ne pas présenter comme des normes intangibles des choses que d'autres enseignants de la même discipline prendraient autrement ; attention encore à distinguer entre ce qui est imposé par la logique interne de la discipline et ce qui relève simplement d'habitudes prises au fil des siècles[11]…)

On peut dire sans exagération que permettre à l'élève d'entrer dans le registre de l'écrit est un objectif fondamental parce que c'est une condition pour sa réussite scolaire.

6) Débanaliser l'oral

Banaliser l'écrit certes, mais il faut aussi doter l'oral d'un véritable statut : l'enjeu de l'oral scolaire n'est pas de communiquer, ni de s'exprimer, ni de parler mais de construire des savoirs, de réfléchir, de raisonner. Il faut absolument éviter que les moments d'oral soient vécus comme des moments de bavardage stériles (ou des moments de repos : « on n'a pas écrit *donc* on n'a pas travaillé », pensent souvent les élèves). L'oral scolaire n'est pas une conversation : l'élève doit d'une certaine manière, comme le fait l'enseignant, s'adresser à l'ensemble de la classe.

Par ailleurs les moments d'oral peuvent être des moments où l'on fait attention à ce qu'on dit et à la façon dont on le dit, des moments où l'on introduit certaines normes de la discipline (progressivement, pour que l'effort quant au respect des normes ne se fasse pas au détriment de la réflexion, de la recherche et de l'invention) et où on les consolide. Par exemple remplacer « On place la pointe du compas sur A et la mine sur C et l'on trace le cercle » par « On trace le cercle de centre A et passant par C ». (Ce qui peut paraître simple mais ne l'est pas tant que ça…[12]).

Il s'agit (et ce n'est certes pas facile) de faire en sorte que l'élève ne vive pas la séance comme une succession de moments sans cohérence particulière, mais comme un tout où le

[11] Il est intéressant (et parfois cocasse) de repérer les traces laissées dans les habitudes par les versions successives des programmes. Il est tout aussi intéressant de repérer les pratiques scripturales qui ne proviennent pas des mathématiques savantes mais sont uniquement des pratiques internes à l'enseignement.

[12] 1) Dans la formulation orthodoxe la référence aux techniques et instruments de tracés a disparu et donc toute référence à un sujet (humain). Ceci peut être difficile à assumer, à accepter. 2) D'autre part la formulation orthodoxe commence par le résultat final (le cercle) : elle prend donc les chose à l'envers. 3) Il faut donner deux compléments du nom successivement. C'est beaucoup. 4) Il y a enfin l'usage de l'article « de » dans « <u>de</u> centre A » sur lequel beaucoup d'élèves buttent.

sens global de ce qui se passe se construit et circule, sans solution de continuité, de l'oral à l'écrit et de l'écrit à l'oral.

7) Des écrits pour penser, des écrits pour apprendre

Permettre aux élèves d'entrer dans le registre de l'écrit suppose aussi lui donner accès à diverses fonctions de celui-ci qui sont souvent négligées à l'école, trop focalisée qu'elle est sur le produit fini. Les écrits réflexifs sont une de ces sortes d'écrits. Il est ainsi possible, à l'issue d'une séquence de demander aux élèves ce qu'ils ont fait (d'une part) et ce qu'ils ont appris (d'autre part). Cet écrit (riche d'enseignements pour l'enseignant soit dit en passant) met l'élève en situation de distinguer deux aspects du travail scolaire qu'il ne distingue pas nécessairement spontanément et insiste sur le fait que l'école est un lieu où on apprend. Il pourra ensuite servir de base à la rédaction de la trace écrite à mettre dans une leçon. Cet écrit sera donc aussi un écrit intermédiaire…

On pourra aussi mettre en œuvre des processus de réécritures. Une figure étant donnée, rédiger un programme de construction n'est souvent pas une mince affaire. Après un premier jet produit par les élèves, on pourra observer des programmes de constructions aux normes, regarder comment ils sont fait, lister les contraintes, puis recommencer la rédaction en tenant compte de ce qui a été observé. Ce sera l'occasion de légitimer certaines normes : pourquoi ne pas faire mention d'instruments de géométrie ? Parce que l'on ne souhaite pas imposer une méthode particulière pour faire les tracés (on n'a pas forcément besoin d'une équerre pour tracer des droites perpendiculaires…). Notons que l'utilisation de logiciels de géométrie est un bon moyen pour faire intégrer ce type de contrainte.

Si l'écrit est assimilé uniquement au fait de travailler, à de la production sans autre fonction que d'obtenir une note, l'élève n'en aura qu'une vision extrêmement appauvrie (et peu engageante…) : c'est cette vision très réductrice qu'il convient d'enrichir le plus possible. En particulier en s'intéressant au chemin, au processus et pas seulement au résultat.

Nos pratiques pédagogiques doivent aussi permettre aux élèves de mieux saisir les enjeux de ce qui se passe à l'école, de comprendre que l'écrit n'est pas seulement un instrument de contrôle, que c'est le véhicule obligatoire de l'apprentissage de savoirs construits dans et grâce à l'écrit.

Pour conclure : le souci de la langue

Le souci de la langue (Qu'est-ce que nous, élèves et enseignants, faisons là avec la langue ? Comment le faisons-nous ? Et avec quels outils ? Y porter attention, y réfléchir ensemble, en faire un objet d'analyse[13]…) ne doit pas être présent qu'à certains moments : on fait une séquence « maîtrise de la langue » et puis on passe à autre chose en pensant que la mission est accomplie…Non ! Le souci de la langue doit tramer le déroulement du cours, accompagner la pratique quotidienne de l'enseignant et ce tout au long de la scolarité, de la maternelle à l'université (selon des modalités adaptées à chaque niveau bien entendu…). Ainsi, sans jamais renoncer à l'identité des disciplines, ne charge-t-on pas la barque d'objectifs supplémentaires alourdissant un programme déjà chargé…

[13] Il s'agit bien de métacognition.

Deuxième axe : les apports spécifiques des mathématiques

1) Des écrits bien loin de l'oralité : l'algèbre

L'écrit s'affranchit de l'oral, c'est sa pente : une liste, un tableau à double entrée, une phrase de Proust, un poème en vers libre ou un calligramme, le « Coup de dé » de Mallarmé.

Les mathématiques radicalisent cela, sans le dire et peut-être même sans s'en apercevoir. On accompagne en effet, la plupart du temps, les lignes de calcul (en algèbre comme en géométrie) par une prononciation automatique : on dit ce qu'on voit comme on les voit :

ab + cb se prononce « abé plus cébé »

AB = AC + CB se prononce souvent « abé égal acé plus cébé ».

Or, ces façons de dire font disparaître la signification : « ab » signifie « le *produit* de a par b » ; AB signifie « *la distance* AB » et on les prononce ordinairement de la même façon ! Il peut donc être fort intéressant de demander aux élèves de prononcer non pas « comme c'est écrit » mais en respectant la signification de ce qui est écrit. (Et il s'agit aussi dès lors pour l'enseignant de se défaire d'automatismes solidement ancrés : au bout d'un moment il pourra de toute façon compter sur les élèves pour l'aider à s'en débarrasser…)

On observera par ailleurs avec les élèves qu'une suite de signes mathématiques est susceptible d'être oralisée de plusieurs manières souvent extrêmement différentes ce qui n'est pas le cas d'un texte ordinaire (où l'on peut seulement varier le débit ou l'intonation). Ainsi :

$\frac{2}{3}$ pourra se prononcer « 2 tiers » ou « 2 divisé par 3 » ou « le quotient de 2 par 3 »

De même, la suite de signes 3 + 7 = 5 x 2 pourra se prononcer d'une multitude de façons. En voici une qui ne vient pas forcément immédiatement à l'esprit : « La somme de 3 et de 7 c'est le produit de 5 et de 2. ».

Mieux : l'écriture algébrique s'affranchit massivement du sens ordinaire de la lecture. Pour effectuer 3 + 5 x 6 il faut commencer par la multiplication et non effectuer les opérations de gauche à droite. On peut même entraîner les élèves à lire chaque fois que c'est possible des suites de signes dans un sens différent de celui de la lecture : savoir que « 3 x 4 » peut se lire « quatre fois 3 » et que « 3 < 7 » peut se lire « sept est supérieur à trois » est une chose qui peut être fort utile.

Dans le même ordre d'idée, on pourra faire réfléchir les élèves sur l'universalité des signes mathématiques : l'écriture des nombres ou des équations peut être comprise quelle que soit la langue maternelle du lecteur. Elle est donc indépendante des structures de quelque langue que ce soit.

Plus intéressant encore, on peut rencontrer en algèbre des choses pratiquement imprononçables (si l'on veut du moins conserver un minimum de signification) :

$$\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}$$

Autre exemple : lorsqu'on débute les fractions en sixième les élèves ignorent qu'une fraction peut être considérée comme l'écriture d'un quotient. Considérons alors le calcul suivant :

$$\frac{7}{5} + \frac{2}{5} = \frac{7+2}{5} = \frac{9}{5}$$

Comment prononcer $\frac{7+2}{5}$ une fois que l'on s'oblige à prononcer une fraction en respectant sa signification (en s'interdisant donc d'utiliser la préposition « sur » qui n'est porteuse d'aucune signification pertinente ici) ? Réponse : aucun moyen… Est-ce gênant ? Pas du tout c'est même plutôt amusant… et pédagogique puisque certains élèves proposent de prononcer $\frac{7+2}{5}$ sous la forme « sept cinquièmes plus deux cinquièmes »…

Il y a donc un écart radical entre le fonctionnement de l'écriture algébrique et l'oral (nous n'avons pas épuisé ici tous les exemples[14]) : il est raisonnable de penser qu'il s'agit d'une des causes (souvent peu ou pas perçue) des difficultés de nombreux élèves à entrer dans l'algèbre. Il s'agit donc de ne pas occulter le phénomène.

Et que peut-on rêver de mieux que les écritures algébriques pour faire toucher du doigt la spécificité, l'altérité de l'écrit par rapport à l'oral?

2) Langage ordinaire / langage mathématique : les emprunts réciproques

Rappelons une évidence : en cours de mathématiques, on utilise surtout la langue française. Et, les écrits mathématiques seraient tout bonnement incompréhensibles sans des recours massifs à la langue ordinaire.

Il se trouve que les mathématiciens, afin de se simplifier la tâche, empruntent volontiers au langage courant des mots pour désigner leurs propres concepts. (On ne peut, de toute façon, inventer à longueur de journée des mots comme abscisse ou médiatrice ou logarithme). Il s'agit certes une pratique commune dans n'importe quelle langue comme en atteste l'existence d'expressions comme « pied de table » ou « cage thoracique » (où les mots « pied » et « cage » sont détournés de leur sens premier) ; comme en atteste aussi la polysémie de nombreux mots. Mais ceci, tout en étant bien ordinaire, est loin d'être sans inconvénients et peut susciter des incompréhensions. Ainsi pour un mathématicien un sommet peut parfaitement être en bas (les trois sommets d'un triangle ne sont pas tous en haut[15]) ; un point « appartient » à un cercle (mais l'on ne peut pas dire pour autant que le cercle en soit propriétaire) ; on peut se demander ce qui est passé par la tête du premier mathématicien qui employa le mot « puissance »[16] dans le sens qu'on lui connaît ; on peut aussi légitimement s'étonner qu'un nombre puisse être « l'image » d'un autre nombre par une fonction (quel rapport cela a-t-il avec une image ?). La moindre des choses est de ne pas faire avec les élèves comme si ces usages allaient de soi : il convient de s'attarder sur le phénomène quand il se présente et c'est une bonne occasion d'observer comment le langage fonctionne d'une manière générale.

Les mathématiciens ont aussi emprunté à l'écrit ordinaire certains signes comme les parenthèses pour leur faire dire strictement le contraire de ce qu'ils disent ailleurs. Une

[14] Comment lire 3 (x + 7) ou encore ln (x+ 3) ou encore cos x ?

[15] Il est vrai que les mathématiciens professent une indifférence totale aux notions de haut et de bas comme de gauche et de droite. De quoi désorienter certains…

[16] Si quelqu'un a la réponse…

parenthèse peut être ordinairement sautée en première lecture : le texte tient quand même debout (même s'il ne signifie plus exactement la même chose…). En mathématiques c'est l'inverse : non seulement on ne peut absolument pas se dispenser du contenu de la parenthèse mais c'est même souvent ce qu'il faut considérer avant le reste. Dans 10 + (7 – 5) x 3 c'est la soustraction qu'il convient d'effectuer en premier[17].

Réciproquement, et histoire sans doute d'ajouter à une situation déjà passablement compliquée, le langage quotidien emprunte lui aussi au langage mathématique, pour en faire, en règle générale, une utilisation qui fait frémir[18]. Un sommet étant atteint par l'usage publicitaire du signe égal, comme en témoignent les 1 + 1 = 3 ou 1 = 2 qui fleurissent au moment des promotions[19]. Là encore pas question de se perdre en récriminations, ni de stigmatiser, drapés dans notre orthodoxie, ces usages « monstrueux ». Laissons de côté nos opinions sur la publicité, et attirons l'attention des élèves sur les différences qu'il y a entre les usages du signe égal en mathématiques et ailleurs. Il leur sera d'un grand profit d'analyser cela et ce sera l'occasion rêvée de préciser (ou de rappeler) certaines des significations du signe égal en mathématiques.

Où l'on voit que se pencher sur la façon dont on se sert du langage en mathématiques permet aussi d'observer comment le langage fonctionne en dehors des mathématiques, mais sert aussi l'enseignement des mathématiques.

3) Les extensions de concepts ou quand le même mot prend des sens variables

Une des spécialités des mathématiciens est d'étendre, sans forcément crier gare, le domaine de validité de certains concepts. Ils utilisent là encore une pratique fort commune dans la langue (qu'on songe au sort du mot révolution… ou du mot travail) mais qui n'est pas, elle non plus, sans poser quelques soucis. Prenons par exemple le mot « multiplication ». Au fil de la scolarité celui-ci va désigner des opérations portant sur des ensembles de nombres différents, opérations ayant certes des points communs mais pas forcément les mêmes propriétés. On désigne ainsi du même nom (et l'on a évidemment d'excellentes raisons pour le faire) une opération portant sur les nombres entiers et une autre portant sur les nombres décimaux. Si on n'a pas attiré l'attention des élèves sur le fait que, bien que l'on emploie le même mot, il s'agit pourtant de deux objets mathématiques différents, il leur sera plus difficile d'admettre que le produit de deux nombres puisse être inférieur à ces deux nombres, comme dans 0,1 x 0,1 = 0,01. Et ce sera d'autant plus que cet état de fait entre en contradiction avec l'usage ordinaire du mot multiplier qui connote nécessairement une augmentation importante (multiplication des pains ou des incivilités – pour prendre deux domaines différents -)[20].

4) Des pratiques langagières spécifiques s'appuyant sur des postures cognitives différentes : les définitions, les démonstrations.

Les textes mathématiques (du moins depuis quelques siècles) ont une structure extrêmement spécifique qui ne ressemble à rien de ce que peut lire par ailleurs. Cette structure est l'expression des choix cognitifs et de l'organisation du domaine de connaissance. Ainsi, les mathématiques procédant essentiellement par démonstrations, chacune des parties d'un

---

[17] Les parenthèses servent aussi pour rendre la lecture plus aisée comme dans 7 - (-4).

[18] Hommage du vice à la vertu ?

[19] Citons aussi, parmi les sommets, l'usage totalement incontrôlé du mot « proportionnel » …

[20] Un candidat à une élection (un peu au fait des mathématiques) pourrait très bien promettre de multiplier le nombre des fonctionnaires et le diminuer une fois élu en arguant qu'il l'a effectivement multiplié… mais par 0,9.

texte mathématique est précédée de la mention de son statut : définition, axiome, théorème, démonstration … (c'est la condition pour qu'elle puisse être utilisée ultérieurement[21]). Une des choses qui pourra paraître fort curieuse aux élèves est le fait qu'en mathématiques, quand on donne une définition, ce qu'on écrit en premier c'est le mot « définition » et qu'il faut chercher à l'intérieur du texte le mot (ou les mots) ou l'expression qui sont définis. Une telle pratique ne se trouve guère ailleurs, où l'on commence le plus souvent, comme dans les dictionnaires, par le mot qui est à définir…
On pourra, avec les élèves, se demander pourquoi et (c'est une stratégie possible) donner divers exemples de définitions extraites de différents ouvrages et comparer les différentes modalités à l'oeuvre[22]. Notons que les élèves n'ont pas spontanément conscience des différences dans les modes de fonctionnement. Les leur faire découvrir leur permettra ultérieurement d'adopter les stratégies de lecture adaptées à la situation. On pourra aussi donner à observer une page d'un vrai livre de mathématiques (de préférence universitaire et ésotérique : un peu de Bourbaki fait parfaitement l'affaire).

Il se trouve que l'on mène conjointement l'apprentissage du domaine, de ses concepts, de sa structuration et l'apprentissage des pratiques langagières qui en sont l'expression. Il est parfois délicat de distinguer ce qui relève de l'un ou l'autre aspect. On observera cependant, dans le cas des définitions, que l'élève en rencontre avant de rencontrer ce qui en légitime la structure, à savoir les démonstrations.

5) « Synonymies »[23]

En géométrie, on peut caractériser des situations (on dit aussi « décrire ») en employant des formulations très différentes. Ainsi « AB = 3 cm » et « B est sur le cercle de centre A et de rayon 3 cm » renvoient à la même « famille » de situations. En fait la caractérisation que l'on va choisir va varier en fonction de ce que l'on veut faire avec (donner les éléments nécessaires pour reproduire la figure, énoncer un théorème, etc.) comme dans n'importe quel écrit. Il n'en reste pas moins qu'en mathématiques les deux formulations sont strictement équivalentes. Observer ce genre de choses est un (des) premier(s) pas vers la rédaction de démonstrations. Mais c'est aussi montrer à quel point le regard porté sur une figure en mathématiques diffère radicalement de ce qu'on fait ailleurs : ce qui implique aussi la forme que prend le texte.

Mais il n'y a pas qu'en géométrie que ce phénomène existe. Ainsi, en algèbre, la suite de signes « 3 > 0 » peut-elle se lire « trois est un nombre strictement positif » (on n'a pas employé le mot « zéro »).

Un autre aspect important à considérer est la grande diversité des rédactions possibles de n'importe quel texte en mathématique. Les élèves, persuadés qu'ils sont qu'il n'y a qu'une bonne réponse et donc qu'un seul bon texte, sont souvent déroutés par cet état de fait. Pour ne prendre qu'un exemple élémentaire, des hypothèses (encore un mot dont le sens mathématique[24] - bases d'un raisonnement - diffère radicalement de celui qu'il a dans le

---

[21] Différence très importante avec, par exemple, un roman dont les parties, sauf exception comme dans le cas des énigmes policières, ne sont jamais réutilisées par la suite… Qu'est-ce d'ailleurs qui nous assure que certains élèves ne « prennent » pas le texte de la leçon comme ils prennent une histoire ? Autrement dit, savent-ils choisir les bons modes de lecture ? Sur ces questions cf. le livre de S.Goffard déjà cité.

[22] On rencontrera alors une autre caractéristique qui est l'exigence de minimalité. Les meilleures définitions en mathématique sont les plus courtes possibles. (En quoi elles ressemblent de façon totalement inattendue aux plaisanteries.)

[23] Le terme est ici employé faute de mieux. Il s'agit peut-être d'une extension abusive du concept.

[24] On notera qu'en mathématique les hypothèses sont toujours plusieurs, ce qui n'est pas du tout le cas dans le langage courant.

langage courant – supposition- …) peuvent-elles être introduite par : « on[25] considère… » ; ou simplement (?) par « soit … » ; ou encore par « sachant que… » (les élèves ont du mal, ne l'oublions pas, avec les participes présents) ; ou pire, parce que le sens ordinaire y fait retour pour augmenter la confusion, « on suppose… ».

6) L'observation de textes historiques

L'étude de textes historiques peut être une occasion pour étudier la langue. Ainsi on pourra donner à lire la première version de « La Disme » de Simon Stévin, ouvrage publié en français au début du XVIIème siècle. Laisser dans un premier temps les élèves se confronter seuls au texte, puis regarder avec eux ce que l'on peut y comprendre est un travail stimulant : on peut observer la langue elle-même (et particulièrement son *ortho(?)*graphe…) mais aussi les parties plus mathématiques et voir que tout comme l'orthographe, l'écriture mathématique a considérablement varié depuis ce temps ; que les signes dont on se sert maintenant n'existent pas de toute éternité et qu'il fut un temps (pas si lointain) où il n'existaient pas. Cela permet au passage de montrer que lorsque la graphie des mots n'est pas stabilisée il en résulte de substantielles difficultés de lecture. On notera que c'est la distance entre ce qui est donné et les textes contemporains, que c'est l'effet de surprise que cette distance provoque, qui permet de susciter le regard analytique (beaucoup plus aisément que s'il s'agissait d'un texte contemporain).

[25] Est-ce que on = nous ? Ou sinon qui ?

Troisième axe : ce que les mathématiques ont à y gagner

1) Par la mise en œuvre de stratégies pédagogiques bénéficiant aux deux domaines.

L'utilisation de certains processus pédagogiques à caractère plus ou moins transversal peut s'avérer très bénéfique pour les élèves et leur faciliter l'accès aux contenus en permettant une clarification de ce qui se passe dans la classe. Pour le dire autrement, il s'agit de construire de concert des compétences disciplinaires et des compétences langagières potentiellement transférables.

Diviser le tableau : pourvu que l'on dispose d'un tableau assez vaste, on pourra attribuer un endroit (toujours le même, par exemple la partie centrale) pour les écrits définitifs, les autres parties étant consacrées aux annexes (informations, brouillons, premiers jets, croquis …). Cela donne à voir des écrits en cours, imparfaits, provisoires ; cela donne à voir la fabrique du texte définitif.

Donner à voir des états intermédiaires. Lorsqu'on est engagé avec la classe dans une réflexion à propos, par exemple, d'une preuve à apporter, on peut tout à fait noter les idées émises au tableau en respectant les formulations des élèves (c'est un écrit intermédiaire … ce n'est pas obligatoire qu'il soit mathématiquement irréprochable) puis passer à une rédaction définitive à partir de la trace écrite obtenue. On pourra aussi s'amuser parfois à transcrire au tableau le plus fidèlement possible ce qui est dit à l'oral comme c'est dit… et obtenir ainsi un texte qui ne fonctionne pas du tout à l'écrit. Cela surprend énormément les élèves et, effet de surprise aidant, permet de mettre le doigt sur la spécificité de l'écrit et sur la nécessité d'y porter attention.

Affronter le problème de la condensation… : les mathématiciens aiment être le plus concis possible. C'est d'ailleurs en partie pour ça, pour alléger des démonstrations, qu'ils ont été conduits à décider qu'un carré n'était jamais qu'un rectangle particulier (ce qui n'est pas plus *logique* que de décider du contraire). Pour familiariser les élèves avec cette habitude d'économie, on pourra par exemple proposer des formulations longues, puis d'autres versions plus courtes, plus « lapidaires » (une bonne occasion de leur faire découvrir le mot). Notons qu'il suffit d'avoir fait ce travail une fois pour que certains élèves réclament ensuite des formulations lapidaires, quand ils trouvent que ce qu'il y a à copier est trop long…

Prenons plusieurs exemples. Au lieu d'écrire directement « Construis un point M tel que MA = MB. », on pourra dans un premier temps expliciter le verbe « construire » (il s'agit de tracer en se servant d'au moins un instrument de géométrie, par une construction que l'on pourra justifier si on le demande, et surtout de ne rien faire « au jugé »). On pourra aussi employer des formulations moins habituelles : « Tu vas construire un point, que tu vas appeler M. ». On pourra expliciter l'égalité : « La distance entre le point M et le point A devra être égale à la distance entre le point M et le point B. » Le texte obtenu est évidemment beaucoup plus long. On pourra ensuite raccourcir progressivement le texte de la consigne en proposant aux élèves, sous des formulations de plus en plus ramassées, le même travail à faire. Il faut ensuite faire retour sur ce qui s'est passé pour attirer l'attention des élèves sur le phénomène de la condensation.

Tout aussi intéressant est un travail possible sur les définitions. On pourra par exemple partir d'une définition « encyclopédique » du carré :

« Un carré est un quadrilatère ayant quatre angles droits et quatre côtés de la même longueur, des diagonales de la même longueur, perpendiculaires et se coupant en leur milieu, quatre axes de symétrie et un centre de symétrie… »
Très vite les élèves trouvent que c'est trop (surtout s'ils ont entendu dire qu'une définition en mathématiques cela s'apprenait par cœur…). La question « qu'est-ce qu'on enlève ? » devient alors tout à fait passionnante.

Plus difficile encore à admettre pour les élèves (et donc passionnant à problématiser avec eux) est le cas (fréquent) où, au nom de l'efficacité, on en vient à donner des définitions qui ne reprennent pas la façon dont les concepts ont été construits pendant la séance. Considérons la définition suivante : « On dira que les points A et B sont symétriques par rapport à la droite $\mathcal{D}$ si la droite $\mathcal{D}$ est perpendiculaire au segment [AB] et passe par son milieu. ». Elle est très efficace mais elle choque de nombreux élèves parce qu'elle inverse totalement la perspective en thématisant la droite, alors que, lorsque l'on effectue les tracés, c'est du point A que l'on part en se servant de la droite comme outil. La encore il convient de montrer, d'expliciter, de donner à voir ce que l'on fait si l'on ne veut pas que les élèves soient perdus.

… et de la densité d'informations. Par ailleurs les consignes (quelle que soit la discipline) ont souvent pour caractéristique d'être les plus courtes possible. La densité d'information y est souvent maximale. Or cette concision est loin d'être une aide pour l'élève : s'il en rate un bout, aucune redondance ne lui permettra de récupérer l'information manquante. Les deux phénomènes conjugués aboutissent souvent en mathématiques à des consignes particulièrement coriaces même s'il elles sont très claires…pour l'enseignant. Pour venir à bout d'une consigne, il est souvent nécessaire de la déployer, de la reformuler, de modifier éventuellement l'ordre dans lequel les éléments sont donnés, autrement dit d'expanser le texte. Ce que l'élève, trop respectueux parfois de l'écrit qu'on lui soumet[26], ne s'autorise pas forcément à faire. Ce qui relève donc d'un apprentissage.

Analyser de près certaines formulations : celle-ci par exemple: « le point C est *sur* le cercle ». Une telle formulation est impropre. En effet le point C n'est pas **sur** la droite comme le stylo est sur la table ou que l'oiseau est sur le fil. Le point, lui, fait partie de la droite, il en est un élément constitutif. On introduira (et légitimera) ainsi le recours à des formulations plus conformes aux (difficiles[27]) concepts de point et de droite : « C est un point du cercle » et « C appartient au cercle »… sans s'interdire pour autant l'usage du « sur » qui est une formulation entrée dans les mœurs.

2) En ne faisant plus comme si les façons de dire étaient transparentes et permettaient l'accès direct à la signification

Même si ce n'est pas toujours facile (ne serait-ce que parce que cela n'est pas dans nos habitudes), il vaut mieux, à mon sens, ne pas prononcer les écritures mathématiques « comme elles sont écrites », mais prononcer pour donner à comprendre ce que ça veut dire. Faire attention à ce que l'on dit est conforme à la signification permet que celle-ci ne soit pas « oubliée ». On donnera ici trois exemples très importants, parce qu'ils touchent à la compréhension des concepts en jeux.

[26] « qu'on lui soumet » est une expression intéressante : elle dit ce que devrait être la position du lecteur par rapport au texte : le texte lui est soumis. Or, la plupart du temps, ce que ressent l'élève c'est le contraire.

[27] Il n'est pas facile d'admettre qu'une ligne est constituée de points et uniquement de points. C'est même, dans la mesure où un point a pour dimension zéro, particulièrement contre intuitif.

- Pour prononcer une fraction, par exemple $\frac{7}{4}$, on s'interdira « 7 sur 4 ». Pour plusieurs raisons. D'une part parce que cette formulation fait disparaître la signification en ne renvoyant qu'à la disposition des signes. D'autre part parce que la préposition « sur » est employée pour dire les notes (« 3 sur 10 »), ce qui peut générer de solides blocages car les notes ne fonctionnent pas comme les fractions. Ainsi, lorsqu'il s'agit de notes « 3 sur 10 et 9 sur 10 cela fait 12 sur 20. Mais si l'on parle de fraction :

$$\frac{3}{10} + \frac{9}{10} = \frac{12}{10}$$

Prononcer « trois sur dix plus neuf sur dix» ne peut que conforter les élèves dans leur tropisme à additionner les dénominateurs (l'écrit prenant alors une autonomie – il y a un signe + entre les deux 10 alors on les additionne- délétère par rapport aux significations).

Il convient de remarquer que l'on se convainc beaucoup plus facilement de la validité de l'égalité précédente si on la prononce en respectant la signification :

« Trois **dixièmes** plus neuf **dixièmes** ça fait douze **dixièmes. »**

phrase où les dixièmes se comportent comme n'importe quel objet ou unité de mesure : on peut remplacer « dixièmes » par « pommes » ou par « litres » : l'affirmation reste vraie.

- Pour prononcer une écriture à virgule d'un nombre[28], par exemple 31,31, une habitude solidement installée consiste à dire « trente et un virgule trente et un ». Or cette façon de dire fait entendre deux nombres entiers l'un avant la virgule (c'est normal, il s'agit bien d'un nombre entier) l'autre après la virgule et là ça ne va plus du tout. Car après la virgule ce n'est pas à un nombre entier qu'on a affaire mais à des nombres rationnels. Le 3 signifie « 3 dixièmes » et le 1 signifie « 1 centième » : rien à voir avec des nombres entiers. Or ceci est loin d'être clair pour nombre d'élèves. Prononcer ce qu'il y a après la virgule comme s'il s'agissait d'un nombre entier va renforcer des conceptions erronées et fort résistantes qui amènent par exemple à écrire que

$$3,7 + 4,6 = 7,13$$

On pourra donc légitimement (à la grande surprise des élèves) interdire l'usage du mot « virgule » quand on prononce les écritures à virgule de nombres, du moins tant que l'on n'est pas certain que la signification de ce qui se passe après la virgule est comprise et stabilisée. 31,31 devra ainsi être prononcé « « trente et une unité et trente et un centièmes » ou « trente et une unité, trois dixièmes et un centième ».

Attention cependant à bien présenter ces exigences comme provisoires et pédagogiques : les autres enseignants de mathématiques et les enseignants des disciplines scientifiques n'ont pas forcément le même genre de préoccupations.

- Il est indispensable d'attirer l'attention sur le fait que le signe « égal » reçoit au fil du temps des significations diverses. Si l'on veut rendre compte vraiment de sa signification, il faut prononcer le signe égal d'une façon différente dans chacun des cas suivants :

---

[28] Autre exemple d'attention à porter à ce qu'on dit dont les effets pédagogiques sont potentiellement importants : 31,31 n'est pas un « nombre à virgule » comme on l'entend hélas trop souvent dire. C'est une écriture possible d'un nombre qui en possède une infinité d'autres par exemple : $\frac{3131}{1000}$. Cette dernière écriture n'ayant pas de virgule, il est absurde de dire qu'il s'agit d'un « nombre à virgule ». C'est d'ailleurs pour cela que l'on parle de nombres décimaux. Les nombres décimaux sont ceux qui possèdent des écritures à virgule finies. Autrement dit, les nombres « à virgule » ça n'existe pas. Ceci posé, il est beaucoup plus facile d'admettre que 2, quoique ne pouvant être raisonnablement qualifié de « nombre à virgule », n'en est pas moins un nombre décimal.

$76 : 4 = ?$ si $x = 3$, $f(x) = 7$ Résoudre $3x + 7 = 7x + 3$ $f(x) = 3x + 7$

$$(a+ b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

et, en géométrie, A = B ou bien AC = BD

3) En aidant les élèves à accéder à l'ordre de l'écrit

Accéder à l'ordre de l'écrit est un pas vers l'abstraction qui permet certains pas vers l'abstraction mathématiques. Quand on a saisit la différence entre oral et écrit, il est beaucoup plus facile d'admettre certaines exigences scripturales. Ainsi, comprendre que ce qui est possible à l'oral :

« trois et quatre font sept et trois font dix »

ne peut se transcrire tel quel à l'écrit, compte tenu des manipulations que l'on a besoin d'opérer sur les égalités. La suite de signe

$$3 + 4 = 7 +3 = 10$$

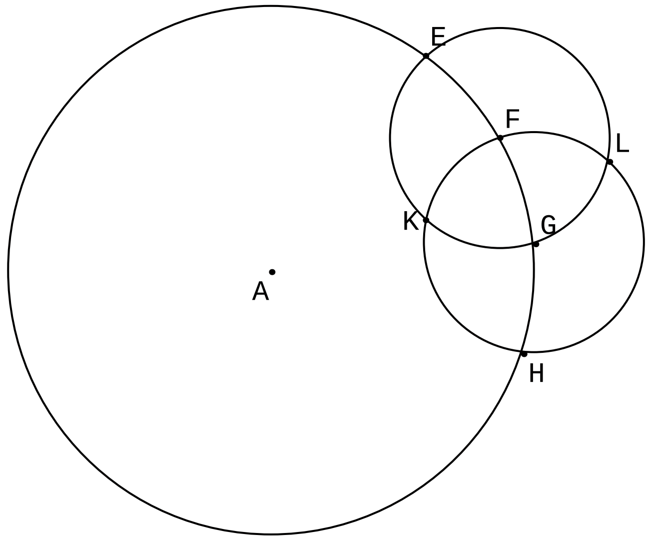
est strictement interdite. La raison en est que le signe = a reçu des sens spécifiques, ce qui impose que ce qu'il y a à droite et à gauche soient deux écritures du même objet mathématique.

De façon plus macroscopique, donner les états intermédiaires d'une réflexion, permet de donner à voir les étapes de l'élaboration de la rédaction finale. Il est rare que la rédaction définitive d'une démonstration reprenne le cheminement intellectuel de celui qui l'a entreprise qui a dû, selon toute vraisemblance tâtonner, remanier, explorer des voies sans issues, partir de la conclusion attendue pour remonter vers les hypothèses etc.[29] Un écrit c'est toujours du réécrit, voilà une chose qu'il est essentiel que les élèves comprennent et éprouvent.

[29] On observe, historiquement, que les premières formulations des théories mathématiques ne sont pas forcément les plus limpides, ni que les démonstrations qu'on y trouve y sont des plus lumineuses. Cependant au fil du temps, au fur et à mesure que les mathématiciens apprivoisent les concepts, les formulations initiales sont remplacées par d'autres plus « élégantes ». L'habitude, en mathématique, et pour des raisons bien compréhensibles d'efficience, est de gommer tout ce travail, toute cette dimension humaine. Les formulations définitives, pour reprendre une expression d'Henri Meschonnic « évacuent le sujet et l'histoire », ce qui pédagogiquement n'est pas forcément pertinent.

4) En portant attention à ce que les élèves disent et à la façon dont ils le disent

Prenons un exemple : il s'agissait, à partir de la figure ci-dessous d'écrire le plus possible d'égalités de longueurs.



L'un des élèves dit la chose suivante :

« Les points F et H sont égaux ».

Voilà une belle occasion de montrer que ce qu'il veut exprimer est exact (les distances AF et AH sont égales) mais que la façon de le dire n'est pas conforme aux attentes. En effet il manque la référence au point A. Introduisons-la. Cela donne :

« Les points F et H sont égaux par rapport au point A »

Mais ça ne va toujours pas. Pourquoi ? On peut dire qu'on à affaire ici à une utilisation du mot égal importée du langage ordinaire (« Tous égaux, tous différents ») mais qu'un tel usage n'est pas possible ici, parce que dire en mathématique que « les points F et H sont égaux »[30] (ce qui s'écrit : F = H) signifie en fait que F et H sont deux noms donnés au même point.

5) En portant attention aux difficultés des élèves vis-à-vis de la langue,

Savoir ce que les élèves ont du mal à faire en général (et pas seulement en mathématiques), permet à l'enseignant de construire à l'intérieur de ses séquences des accès progressifs à des textes de plus en plus complexes. Prenons un exemple très élémentaire : savoir que l'usage du pronom relatif « dont » génère chez beaucoup d'élèves des incompréhensions. Bien entendu cela ne doit pas conduire à renoncer à son usage mais dans les premier temps à demander (à l'oral) aux élèves ce qu'ils ont compris, et à solliciter des reformulations de la consigne.

D'une manière générale, l'attention portée à la maîtrise de la langue permet de prendre conscience et de traiter pédagogiquement certaines difficultés que l'on ne peut pas identifier

[30] Encore une de ces habitudes étranges des mathématiciens. Dire « les points F et H », alors qu'il n'y en a en fait qu'un seul, est pour le moins curieux… Remarquons incidemment à ce propos que certains emplois du mot « égal » en géométrie ne sont pas particulièrement heureux : dire « le carré a ses quatre côtés égaux » fait retour à la signification ordinaire du mot. On préfèrera donc « égaux en longueur » (si l'on tient à « égaux ») ou « de même longueur ».

pas lorsqu'on ne se consacre qu'à l'aspect strictement mathématique[31]. Et l'on notera pour finir que, comme l'attestent certains des exemples que nous avons pris, les difficultés rencontrées par les élèves ainsi que la construction des savoirs disciplinaires sont inextricablement cognitives et langagières.

[31] Il faut dire que celui-ci est déjà riche de difficultés potentielles pour les élèves.

ANNEXE : un dernier exemple pour la route

Reprenons la définition suivante :

« Définition : on dira que les points A et B sont symétriques par rapport à la droite $\mathcal{D}$ si la droite $\mathcal{D}$ est perpendiculaire au segment [AB] et passe par son milieu. ».

Cette définition suscite l'incompréhension chez certains élèves :
« Mais monsieur, c'est pas possible, une droite ça n'a pas de milieu ! »

Que c'est-il passé ? L'élève a spontanément interprété le déterminant anaphorique « son » comme renvoyant au sujet du verbe être : « la droite ». Ce qui entre en contradiction avec ce qu'il sait : une droite ça n'a pas de milieu. Mais cela va l'amener à remettre en cause le texte et le professeur (ce qui n'est pas forcément malsain comme attitude *a priori* puisque le professeur étant un être humain est faillible). Ce qui est préoccupant en l'occurrence c'est qu'il ne va pas envisager l'autre possibilité à savoir que c'est son interprétation qui est erronée et qu'il doit la remettre en cause. On sait qu'une des caractéristiques des « mauvais » lecteurs est de ne pas avoir pris conscience que lire c'est interpréter, mais que les interprétations que l'on se construit au fil de la lecture peuvent être (et souvent doivent être) remises en question au fur et à mesure que l'on avance dans le texte.

Réagir efficacement à ce genre de situation suppose donc de montrer à l'élève à quelle stratégie il faut recourir pour construire le sens dans ce cas précis, stratégie potentiellement généralisable à n'importe quel texte.