Groupe de réflexion académique du lycée

EVALUATION DIAGNOSTIQUE
SUR LE RAISONNEMENT MATHEMATIQUE

FICHE ENSEIGNANT

Niveau concerné

2GT

Objectifs

- Sensibiliser les élèves à la nécessité de la démonstration et ceci dans des contextes variés (numérique, algébrique ou géométrique).

- Dégager les règles du raisonnement mathématique (principe du tiers-exclus, nécessité de se placer dans un cadre général pour prouver un énoncé universel (insuffisance des cas particuliers), rôle du contre-exemple pour infirmer un énoncé universel)

- Amorcer un premier travail autour de la démonstration. Cette évaluation peut constituer un préalable à un travail plus ciblé sur le raisonnement suivant le profil des élèves (voir, à ce propos, les autres documents proposés sur le site académique).

Modalités et matériels

Voici une proposition d'évaluation diagnostique sur le raisonnement proposée en classe de 2nde.

Cette évaluation diagnostique se déroule en 2 temps :

1ère partie : énoncés ouverts (30 minutes).
On propose trois énoncés aux élèves. Pour chacun d'eux, les élèves produisent un raisonnement personnel. Cette évaluation permet à l'enseignant de faire un premier point sur les erreurs type des élèves (démonstration d'un énoncé universel par des exemples, réaliser des mesures (distances, angles…) sur une figure pour démontrer un énoncé général en géométrie etc.).

Une semaine plus tard, on propose la 2ème partie de l'évaluation :

2ème partie : analyse de productions (40 minutes). Les énoncés de la 1ère partie sont repris en l'état. En revanche, on propose, pour chacun d'eux, des productions d'élèves sur lesquelles l'élève doit statuer en justifiant ses choix.

L'objectif ici est de persuader l'élève sur la nécessité d'une démonstration d'un énoncé universel dans le cas général en ayant recours au calcul algébrique, à l'utilisation de propriétés géométriques et d'un raisonnement hypothético-déductif ou encore le recours au contre-exemple pour infirmer un énoncé universel. Dans l'énoncé 4, on donne la possibilité à l'élève de s'approprier ces outils pour élaborer une démonstration personnelle (ou des pistes de recherche et des éléments de démonstration).

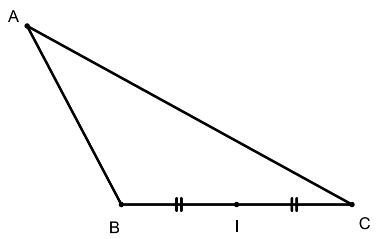
Bilan de ces deux évaluations : dégager, en dialogue avec les élèves, les règles du raisonnement mathématique.

Nom : **Prénom :**

Exercice 1. — On considère la phrase suivante : “Un nombre est toujours inférieur ou égal à son carré.”

➟ ***Cette phrase est-elle vraie ? Expliquez votre réponse.***

Exercice 2. — On considère un triangle ABC. I est le milieu du côté $[BC]$.



➟ ***Quel est, parmi les deux triangles*** AIB ***ou*** AIC ***celui qui a la plus grande aire ? Expliquez votre réponse.***

Exercice 3. — On considère la phrase suivante : “La somme de trois nombres entiers consécutifs est toujours multiple de 3.”

➟ ***Cette phrase est-elle vraie ? Expliquez votre réponse.***

Nom : **Prénom :**

Exercice 1. — Lire l'énoncé puis les deux solutions d'élèves. Cocher alors la case correspondant à votre réponse et expliquer votre réponse.

Enoncé — Que pensez-vous de cette phrase : «Un nombre est toujours inférieur ou égal à son carré.»

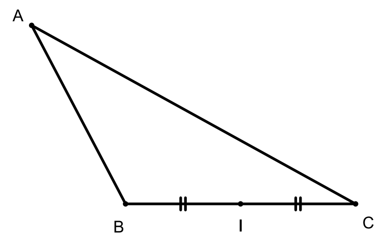
- **Solution de Pierre** Cette phrase est vraie en effet :
  - ⋆ Si je prends 3, son carré est 9 et $3 < 9$
  - ⋆ Si je prends 1,3, son carré est 1,69 et $1{,}3 < 1{,}69$
  - ⋆ Si je prends $-2{,}1$, son carré est 4,41 : il est plus grand que $-2{,}1$
  - ⋆ Si je prends 11,6, son carré est 134,56 : il est plus grand que 11,6

  On voit bien que le carré d'un nombre est toujours plus grand que le nombre choisi au départ, donc la phrase est vraie.
- **Solution de Lilia** Cette phrase est fausse car :
  si je prends le nombre 0,7 : son carré est égal à 0,49 et $0{,}49 < 0{,}7$.

Vous pensez que (ne cocher qu'une seule case) :

Pierre a raison et Lilia a tort	❏	Pierre a tort et Lilia a raison	❏
Pierre et Lilia ont tort tous les deux	❏	Pierre et Lilia ont raison tous les deux	❏

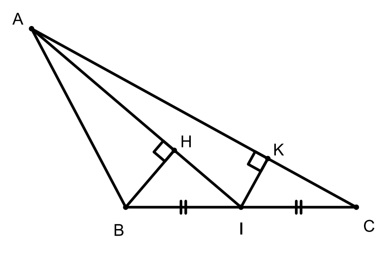
Expliquez votre choix :



Exercice 2. — Lire l'énoncé puis les deux solutions d'élèves. Cocher alors la case correspondant à votre réponse et expliquer votre réponse.

Enoncé — ABC est un triangle et I est le milieu du côté $[BC]$. Quel est, parmi les deux triangles AIB ou AIC celui qui a la plus grande aire? Expliquer votre réponse.

- **Solution de Valérie** Ces deux triangles ont même aire car :
  pour le triangle AIB j'ai mesuré le côté $[AI]$: 5 cm et la hauteur $[BH]$: 1,3 cm ; donc l'aire de AIB est $(5 \times 1{,}3)/2 = 3{,}25$ cm^2 ; pour le triangle AIC j'ai mesuré $[AC]$: 6,6 cm et la hauteur $[IK]$: 1 cm donc l'aire de AIC est $(6{,}6 \times 1)/2 = 3{,}3$ cm^2. Ces deux résultats étant très proches, compte tenu de la précision des mesures permise par la règle, j'en conclus que les deux triangles ont la même aire.



- **Solution de Johanna** Ces deux triangles ont la même aire en effet :
  ces deux triangles ont la même hauteur issue de A ; les côtés $[BI]$ et $[IC]$ correspondants à cette hauteur ont même longueur. Donc quand on multiplie cette longueur par celle de la hauteur, on trouve la même chose, et aussi quand on divise par 2.

Parmi ces deux réponses, laquelle vous semble la plus convaincante?

La solution de Valérie est la plus convaincante ❑ La solution de Johanna est la plus convaincante ❑

Expliquez votre choix :

Exercice 3. — On demande à deux élèves Marc et Nadia de dire si la phrase suivante est vraie et d'expliquer leur réponse :

« *La somme de trois nombres entiers consécutifs est toujours multiple de* 3 ».

- **Solution de Marc** Cette phrase est vraie car

$$3+4+5=12 \quad \text{et} \quad 12=3\times4 \qquad 19+20+21=60 \quad \text{et} \quad 60=3\times20$$
$$12+13+14=39 \quad \text{et} \quad 39=3\times13 \qquad 36+37+38=111 \quad \text{et} \quad 111=3\times37$$

- **Solution de Nadia** Cette phrase est vraie car
  si on appelle N le nombre entier du milieu, les deux autres sont $N-1$ et $N+1$. Quand on les ajoute, on obtient

$$N+(N-1)+(N+1)=N+N-1+N+1=3N$$

  C'est donc bien un multiple de 3.

Parmi ces deux réponses, laquelle vous semble la plus convaincante?

La solution de Marc est la plus convaincante ❑ La solution de Nadia est la plus convaincante ❑

Expliquez votre choix :

Exercice 4. — On considère le programme de calcul suivant :

Choisir un nombre entier, le multiplier par 2, ajouter 3 au résultat,
prendre le carré du résultat puis soustraire 9. Annoncer le nombre obtenu.

Que pensez-vous de la phrase suivante :

“*le nombre entier obtenu à l'issue de ce programme de calcul est toujours un nombre pair*” ?

Justifier votre réponse.