



**ACADÉMIE  
DE CRÉTEIL**

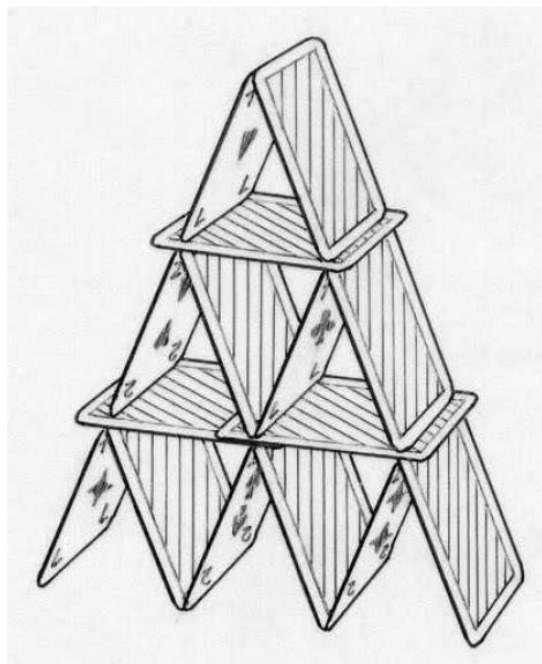
*Liberté  
Égalité  
Fraternité*

**Semaine des  
Mathématiques**  
**Enigme du jour**



**Jeudi 9 mars 2023**

Hélène et Théo sont patients et méticuleux. Ils s'appliquent à construire des châteaux de cartes sur le modèle ci-dessous.



Ils aimeraient construire un grand château utilisant toutes leurs cartes. Hélas, leur édifice s'effondre toujours bien avant qu'il ne soit achevé. Pourtant ils ont calculé que leurs cinq jeux de 52 cartes leur suffiraient exactement pour réaliser leur projet audacieux.

***Quel est le nombre d'étages du château dont ils rêvent ?***



**ACADÉMIE  
DE CRÉTEIL**

*Liberté  
Égalité  
Fraternité*

## Semaine des mathématiques

Réponse de l'énigme  
du jeudi 9 mars 2023



**Solution** : Le château aura 13 étages.



Cinq jeux de 52 cartes donnent 260 cartes au total.  
Analysons la situation du château construit en considérant les étages de haut en bas :

Le 1<sup>er</sup> étage sera constitué d'une carte support et de 1 « chapiteau » de 2 cartes.

Le 2<sup>ème</sup> étage sera constitué de 2 cartes supports et 2 « chapiteaux » de 2 cartes.

Le 3<sup>ème</sup> étage sera constitué de 3 cartes supports et de 3 « chapiteaux » de 2 cartes  
Et ainsi de suite, sauf le dernier étage qui ne contiendra pas de cartes support.

Ainsi on constate que pour obtenir l'étage inférieur suivant il faut «  $n-1$  » cartes supports et «  $n$  » chapiteau de 2 cartes soit  $2n$  cartes.

Plusieurs stratégies sont possibles parmi lesquelles :

- Modéliser la situation avec un tableau ou effectuer l'enchaînement de calcul à l'aide d'une calculatrice :

	A	B
1	Etages	Nombre de cartes
2	1	2
3	2	7
4	3	=B3+A3+2*(A4)
5	4	
6		

- Etudier la suite définie par la relation de récurrence : 
$$\begin{cases} U_1 = 2 \\ U_{n+1} = U_n + n + 2(n+1) \end{cases}$$

- Etudier, en comptant le nombre de triangle formé par trois cartes la suite définie par : 
$$U_n = \frac{n(3n+1)}{2}$$

### Mathématiques à la carte :

Considérées aujourd'hui comme une branche à part entière des mathématiques, et ayant de nombreuses applications pratiques, **les probabilités sont pourtant nées des jeux de hasard.**

On joue aux dés depuis des milliers d'années.

Les cartes à jouer étaient déjà anciennes en Asie et au Moyen Orient lorsqu'elles apparurent en Europe au XIV<sup>ème</sup> siècle.

**Pour aller plus loin :**

- **Mélange de cartes et mathématiques**

<http://images.math.cnrs.fr/Melanges-de-cartes-et-mathematiques>

- **Jeux de sociétés**, Tangente HS kiosque 83, août 2022 ;

<https://tangente-mag.com/dossier.php?id=509>

- **Origine du jeu de cartes**

<https://www.universalis.fr/encyclopedie/cartes-a-jouer/1-origine-du-jeu-de-cartes/>

Carte à jouer de  
la dynastie Ming

