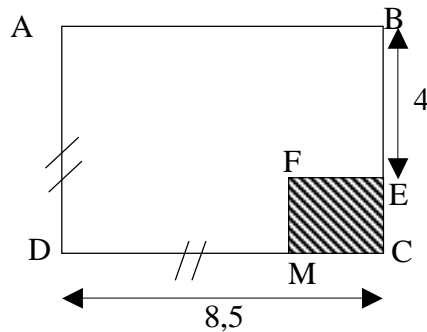


Quatre exemples de situations de recherche au collège

Ce document fournit les « énoncés-élèves » de quatre situations de recherche expérimentées en collège.

Recherche de l'aire maximale



La figure, « à main levée », ci-dessus est composée de deux rectangles ABCD et EFMC. On sait que : $DC = 8,5$ cm ; $E \in [BC]$ et $BE = 4$ cm. $M \in [DC]$ et $DM = AD$.

1. Construire deux figures qui correspondent aux hypothèses.
Calculer l'aire \mathcal{A} du rectangle hachurée dans chaque cas.
2. Quelle est la position du point M pour que l'aire du rectangle ECMF soit maximale ?

La boîte du pâtissier

L'une des sources de cette activité est *Aides pédagogiques pour le cycle moyen, Tome I, Géométrie, 1983* Brochure APMEP n°49, Elem-Math VII.

(déroulement possible en classe de sixième)

LA BOÎTE DU PÂTISSIER

I. CONSIGNES DE CONSTRUCTION

1.1. On utilise une feuille de papier $21 \times 29,7$.
Les plis en creux sont représentés :
et les plis en relief :

figure 1

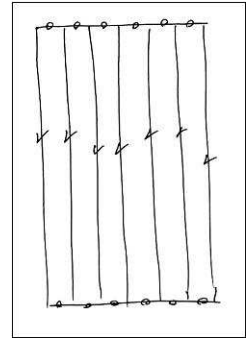
- a) faire apparaître les cinq plis (équidistants) indiqués fig. 1
- b) plier suivant AB, et réaliser les pliages du coin (a), fig. 2
- c) réaliser dans le coin (b) les mêmes pliages qu'en (a), fig. 3
- d) plier suivant le pli en creux CD, fig. 4
- e) mêmes actions dans la partie droite de la feuille. On aboutit au résultat représenté fig. 5
- f) il reste à ouvrir la boîte, et à marquer les plis des arêtes :

figure 2

Première étape (travail individuel silencieux)

Consigne donnée oralement, puis écrite au tableau :
 Sur une feuille non quadrillée, construis avec les mesures convenables la figure tracée à main levée au tableau.
 (la figure doit occuper toute la feuille)

figure à main levée tracée au tableau →



Deuxième étape (travail individuel avec assistance personnalisée)

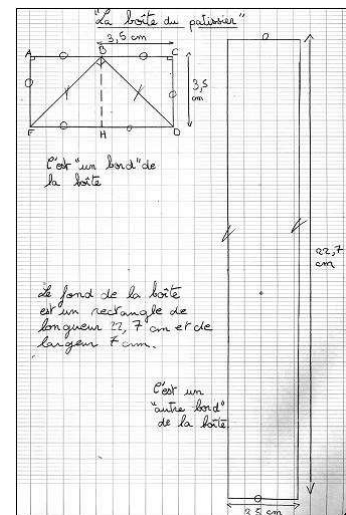
Au fur et à mesure que le réseau de parallèles était obtenu par un élève et vérifié par le professeur, le pliage a été expliqué individuellement par le professeur pour les élèves les plus rapides, puis par les élèves qui avaient déjà compris.
 Certains élèves ont construit d'autres boîtes, soit en pliant une feuille de même format (A4) dans « l'autre sens », soit en pliant une feuille d'un autre format.

-----fin de la première séance

Troisième étape (travail collectif puis trace écrite individuelle)

Description précise des « bords » et du « fond » de la boîte,
 Chacun a disposé en fin de deuxième séance d'un document comprenant les figures codées 1 et 2, les dimensions des « bords » et du « fond », ainsi que la boîte fabriquée durant la première séance, collée au verso.

Recto de la trace écrite →



Quatrième étape

Consigne donnée en fait dès la première séance à quelques élèves
 (voir la réponse « lim ») :

Quelles dimensions de feuille choisir pour obtenir une boîte du pâtissier à fond carré ?

Consigne bis donnée à tous les élèves :

Pour que le fond soit un carré de 4 cm de côté, quelles dimensions (longueur et largeur) choisit-on pour la feuille ?

-----fin de la deuxième séance

Cinquième étape (en groupes homogènes)

Ecriture des dimensions des bords de la boîte en fonction de celles du fond, et inversement, plus difficile, écriture des dimensions de la feuille en fonction de celles du fond.

Exemple de réponse donnée par un groupe de trois filles ... →

(j'ai seulement répondu à leur demande qu'elles pouvaient désigner la largeur et la longueur du fond de la même façon que l'on note parfois d1 et d2 la première droite et la deuxième. Elles ont immédiatement choisi les notations ci-contre à ma grande surprise ... et après de grands débats, très animés mais rapides, ont produit cette réponse !).

$$\begin{aligned}
 L_f &= L - (l : 3) \\
 l_f &= l : 3 \\
 L &= L_f + l_f \\
 l &= l_f \times 3
 \end{aligned}$$

Une réponse d'élève

réponse à la consigne de l'étape 4

1 première version :

"La boîte du pâtissier" suite.

Je pris une feuille de format A4 puis j'ai réfléchi longtemps. J'ai décidé de prendre 7cm pour chaque côtés du carré. Pour la longueur sa fait 14cm et la largeur 21cm.

Carré à déplier: $6 \times 3,5 = 21$

3 deuxième version après demande d'explication, deux jours plus tard, en classe :

Pour avoir une boîte du pâtissier avec comme fond un carré j'ai d'abord réfléchi à la dimension du fond de la boîte.

Alors j'ai pris le chiffre 7. Cela me fait 14cm en largeur car les côtés de la boîte du pâtissier doit mesurer la moitié du fond de la boîte.

$3,5 \times 2 = 7$. $7 + 7 = 14$.

Puis en longueur j'obtiens 21cm car le fond mesure 2 colonnes. $2 \text{ colonnes} = 7 \text{ cm}$.

Comme on doit faire 6 colonnes de 3,5cm.

$6 \times 3,5 = 21$.

2 Réponse à la consigne de l'étape 4bis, en classe :

Puis que le fond soit un carré de 4cm de côté, que les dimensions choisit-on pour la feuille ?

Il faut choisir une feuille de 8cm de longueur et 12 cm pour la largeur.

Le bord doit mesurer la moitié du carré donc 2 cm comme il y a 2 côtés en face sa fait 4 cm. $4 + 4 = 8$ cm pour la longueur.

Puis pour la largeur comme il faut 6 colonnes de 3,5 cm et que quand le pliage est fait il y a 2 colonnes dans le fond. $6 - 2 = 4$

$4 \times 3,5 =$ Je me suis trompé pour la largeur des colonnes. 2 cm pour les colonnes.

$6 \times 2 = 12$.

Le segment aléatoire

I / Mini-enquête

1. Qu'évoquent pour toi les mots « hasard », « chance », « aléatoire », « probabilité » ?
2. D'après toi, lorsque l'on joue à « pile ou face » avec une pièce de monnaie, qu'obtient-on le plus facilement : pile ou face ? Explique ta réponse.
3. D'après toi, lorsque l'on jette un dé, quel nombre (entre un et six ...) obtient on le plus facilement ? Explique ta réponse.

II/ Le segment aléatoire, à l'aide de la calculatrice

On marque « au hasard » deux points A et B sur un segment de longueur 1.
 Quelles chances a-t-on d'obtenir une longueur AB supérieure à 0,5 ?

1. La touche Ran# de la calculatrice permet de prendre les abscisses des points A et B « au hasard ».
 Effectuer quatre tracés différents. (On peut prendre 10 cm comme unité de longueur).
2. Sur les quatre tracés, combien de fois as-tu trouvé une longueur AB supérieure à 0,5 ?
3. Réponds à la question posée, intuitivement. Explique ta réponse.
4. Pour te permettre de disposer d'un plus grand nombre de données et avoir une idée plus précise de la réponse à la question posée dans l'énoncé, remplis le tableau suivant :

N° du tirage	Abscisse de A	Abscisse de B	AB	AB > 0,5 ?
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				

III/ Le segment aléatoire, à l'aide du tableur

Vous ouvrirez le fichier segmalvide, ou à défaut le tableur disponible.

Vous complétez le haut du tableau. Vous identifierez votre fichier (en l'enregistrant sous le nom : segmal, suivi du n° de l'ordinateur).

Etes-vous prêts ?

A la ligne 4, figurent des titres :

A : n° du tirage

Dans cette colonne, on va écrire la suite des nombres entiers

Pour cela, dans la cellule A5, on écrit **1**, dans la cellule A6 on écrit la formule **=A5+1**

On copie ensuite cette formule dans les cellules de la colonne.

B et C : abscisse de M et abscisse de N

(les extrémités du segment aléatoire ont été renommés M et N à la place de A et B pour éviter une confusion avec les noms des colonnes du tableau)

Dans ces colonnes, on va écrire des nombres compris entre 0 et 1 au hasard. Ces nombres seront les abscisses des extrémités du segment, et détermineront donc un segment conforme à l'énoncé.

Pour cela, dans la cellule B5 on écrit la formule **=ALEA()**. On copie ensuite cette formule dans les cellules de la colonne, puis on fait la même chose pour la cellule C5

D : MN

Comme l'indique le titre, on va inscrire , à chaque ligne, la longueur MN de chacun des segments déterminés dans les deux colonnes précédentes. C'est celui des deux nombres B5-C5 ou C5-B5 qui est positif.

Pour cela, dans la cellule D5 on écrit la formule **=ABS(B5-C5)**,

E : MN > 0,5 ?

Dans le cas où MN est supérieure à 0,5, on va inscrire **1**, dans le cas contraire (c'est à dire dans le cas où MN est inférieure ou égale à 0,5, on écrit **0**

Pour cela, dans la cellule E5 on écrit la formule **=SI(D5>0,5 ;1 ;0)**. On copie ensuite cette formule dans les cellules de la colonne.

F : effectifs cumulés

Comme le suggère le titre, on va inscrire dans cette colonne le nombre de longueurs supérieures à 0,5 trouvées jusqu'ici.

Pour cela,

dans la case F5 on écrit le même nombre que dans la case E5, en utilisant la formule **=E5**

dans la case F6 on écrit la formule **=F5 +E6**. On copie ensuite cette formule dans les cellules de la colonne.

G : fréquences en %

Comme le titre le suggère, on va inscrire dans cette colonne la fréquence de longueurs supérieures à 0,5 obtenues jusqu'ici.

Pour cela, dans la cellule G5 on écrit la formule **=F5/A5**. On copie ensuite cette formule dans les cellules de la colonne.

Il reste à étudier l'évolution des résultats de la colonne G pour avoir une idée de la réponse à l'énoncé.

S'il reste du temps, on peut chercher à représenter la situation géométrique de départ, et/ou représenter graphiquement les résultats obtenus ...

Hasard et statistiques de naissances

Mini Questionnaire

1. Qu'évoquent pour toi les mots « hasard », « chance », « aléatoire », « probabilité » ?
2. D'après toi, lorsqu'on joue à pile ou face avec une pièce de monnaie, qu'obtient-on le plus facilement : pile ou face ? Explique ta réponse.
3. D'après toi, lorsqu'on jette un dé, quel nombre (entre un et six) obtient-on le plus facilement ? Explique ta réponse.
4. Une femme, dont on ne sait rien, vient de donner naissance à un enfant. Quelle chance a-t-elle que ce soit un garçon ? Explique ta réponse.

Données statistiques

On a relevé les données statistiques suivantes :

- En 2000, dans le village de *Xicun* (montagnes du sud de la province de Guangxi en Chine), il est né **20** enfants, parmi lesquels **16** garçons.
- En 2001, à *Louvres* (Val d'Oise), il est né **70** filles et **82** garçons.
- Dans la réserve indienne d'*Aamjiwnaag*, située au Canada à proximité d'industries chimiques, il est né entre 1999 et 2003, **132** enfants dont **46** garçons.

Ces observations sont-elles le fruit du hasard ?

Questionnaires de synthèse des activités « Xicun » et « Aamjiwnaag »

Xicun

Avec les lancers à la main

Qu'a-t-on constaté grâce aux expériences faites à la main par toute la classe ?

Comment peut-on utiliser ces expériences pour commenter les statistiques de Xicun ?

Observations avec le tableur

Pourquoi a-t-on aussi simulé cette expérience avec le tableur ?

D'après les observations, une fréquence de pile égale ou supérieure à 80% :

- a) ne se produit jamais ;
- b) se produit environ 20 fois sur 100 ;
- c) se produit environ 10 fois sur 100 ;
- d) se produit environ 1 fois sur 100.

Que peut-on déduire de ces observations à propos des naissances à Xicun en 2000 ?

Aamjiwnaag

Phase préliminaire

Pourquoi l'expérimentation manuelle avec des pièces est-elle peu adaptée dans le cas d'Aamjiwnaag ?

Pourquoi a-t-on choisi de simuler les naissances d'Aamjiwnaag avec le tableur ?

Observations avec le tableur

D'après les observations et d'après le graphique, donner deux valeurs qui encadrent la « grande majorité » des résultats.

Que peut-on déduire de ces observations à propos des naissances à Aamjiwnaag ?