

Cette fiche a été élaborée par des enseignantes et des enseignants des lycées et universités de l'académie de Créteil.

Thème : les nombres complexes.

Titre : constructions à la règle et au compas.

Objectifs : construire à la règle non graduée et au compas un pentagone régulier.

Mise en place : 1 heure en classe.

Contenu : notions de trigonométrie, suites, différentes formes d'un nombre complexe.

On ne dispose comme outil géométrique que d'une simple règle non graduée, d'un crayon et d'un compas. Les constructions tracées à l'aide de ces simples outils sont appelées constructions à la règle et au compas.

- 1) Un segment  $[AB]$  étant donné, comment construire à la règle et au compas la médiatrice du segment  $[AB]$ .
- 2) Un segment  $[AB]$  étant donné, construire à la règle et au compas un triangle équilatéral de côté  $AB$  et un carré de côté  $AB$ .

On considère un cercle de rayon  $[OA]$ . Le but des questions suivantes est de construire à la règle et au compas un pentagone régulier inscrit dans ce cercle.

On va d'abord calculer les valeurs exactes de  $x_1 = \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$  et de  $x_2 = \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right)$ .

- 3) Montrer que  $x_1 + x_2 = -\frac{1}{2}$ .
- 4) Exprimer  $\cos(2x)$  en fonction de  $\cos(x)$ .
- 5) En déduire une équation du second degré dont  $x_1$  est solution. Que valent  $x_1$  et  $x_2$ ?
- 6) On considère le repère orthonormé  $(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OA'})$  avec  $A'$  l'image de  $A$  par la rotation de centre  $O$  et d'angle  $\frac{\pi}{2}$ .

Construire à la règle et au compas les points  $O'\left(\frac{-1}{4}, 0\right)$  et  $B\left(0, \frac{1}{2}\right)$ .

Que vaut  $O'B$  ? En déduire la construction du pentagone régulier à la règle et au compas

indications : 3) on pourra poser  $Z = e^{\frac{2i\pi}{5}}$  et calculer de deux façons la somme  $1+Z+Z^2+Z^3+Z^4$