Présentation du programme de première STMG
Académie de Créteil
05/04/12

Statistique et probabilités

STATISTIQUE ET PROBABILITES
Première

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Loi binomiale Loi binomiale $B(n,p)$.	• Reconnaître des situations relevant de la loi binomiale et en identifier les paramètres.	La notion de factorielle, les coefficients binomiaux et l'expression générale de $P(X = k)$ ne sont pas des attendus du programme. Pour introduire la loi binomiale, la représentation à l'aide d'un arbre est privilégiée : il s'agit ici d'installer une représentation mentale efficace. Pour $n \leqslant 4$, on peut ainsi dénombrer les chemins de l'arbre réalisant k succès pour n répétitions et calculer la probabilité d'obtenir k succès. à On peut simuler la loi binomiale avec un algorithme.
	• Calculer une probabilité dans le cadre de la loi binomiale à l'aide de la calculatrice ou du tableur. • Représenter graphiquement la loi binomiale par un diagramme en bâtons.	Après cette mise en place, on utilise un tableur ou une calculatrice pour calculer directement des probabilités et représenter graphiquement la loi binomiale.
Espérance de la loi binomiale.	• Déterminer l'espérance de la loi binomiale. • Interpréter l'espérance comme valeur moyenne dans le cas d'un grand nombre de répétitions.	On admet l'expression de l'espérance de la loi binomiale. L'espérance peut être conjecturée ou illustrée à l'aide de simulations.
Échantillonnage et prise de décision Intervalle de fluctuation d'une fréquence. Prise de décision.	• Déterminer à l'aide de la loi binomiale un intervalle de fluctuation, à environ 95 %, d'une fréquence. • Exploiter un tel intervalle pour rejeter ou non une hypothèse sur une proportion.	à L'intervalle de fluctuation peut être déterminé à l'aide d'un algorithme ou d'un tableur. Le vocabulaire des tests (test d'hypothèse, hypothèse nulle, risque de première espèce) est hors programme

Echantillonnage en seconde

P=0,5 *proportion de femme dans le bassin d'emploi*

A : 100 employés dont 43 femmes

$$f \in \left[0,5 - \frac{1}{\sqrt{100}}; 0,5 + \frac{1}{\sqrt{100}}\right]$$

B : 2500 employés dont 1150 femmes soit 46%

$$f \in \left[0,5 - \frac{1}{\sqrt{2500}}; 0,5 + \frac{1}{\sqrt{2500}}\right]$$

On rejette l'hypothèse que l'entreprise respecte la parité

Echantillonnage en Première STMG

p=0,52 Proportion d'électeurs faisant confiance à M. Z

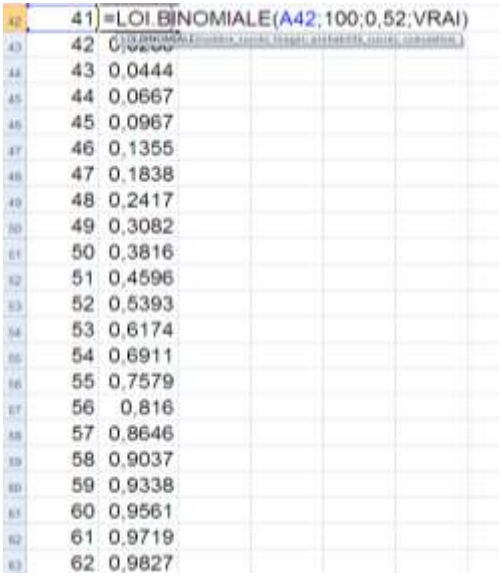
Sondage sur 100 électeurs

(considéré comme un tirage avec remise)

43 font confiance à MZ.

$$0{,}43 \in [0{,}42; 0{,}62]$$

On peut considérer au seuil de 95% que l'affirmation de M.Z est exacte



La variable aléatoire X correspondant au nombre d'électeurs lui faisant confiance suit la loi binomiale de paramètre n=100 et p=0,52.

L'intervalle de fluctuation au seuil de 95% est [a/n ; b/n] où

a est le plus petit entier tel que $P(X \leq a) > 0{,}025$

b est le plus petit entier tel que $P(X \leq b) \geq 0{,}975$

Détermination d'un intervalle de fluctuation selon la loi binomiale avec GeoGebra 4

Exemple :

Suite à une campagne marketing, une entreprise estime que, parmi les clients potentiels d'un nouveau produit, la proportion de ceux prêts à l'acquérir est $p = 0,7$.

Elle souhaite vérifier cette hypothèse en effectuant un sondage aléatoire de taille $n = 100$ auprès des clients potentiels.

Détermination d'un intervalle de fluctuation selon la loi binomiale avec GeoGebra 4

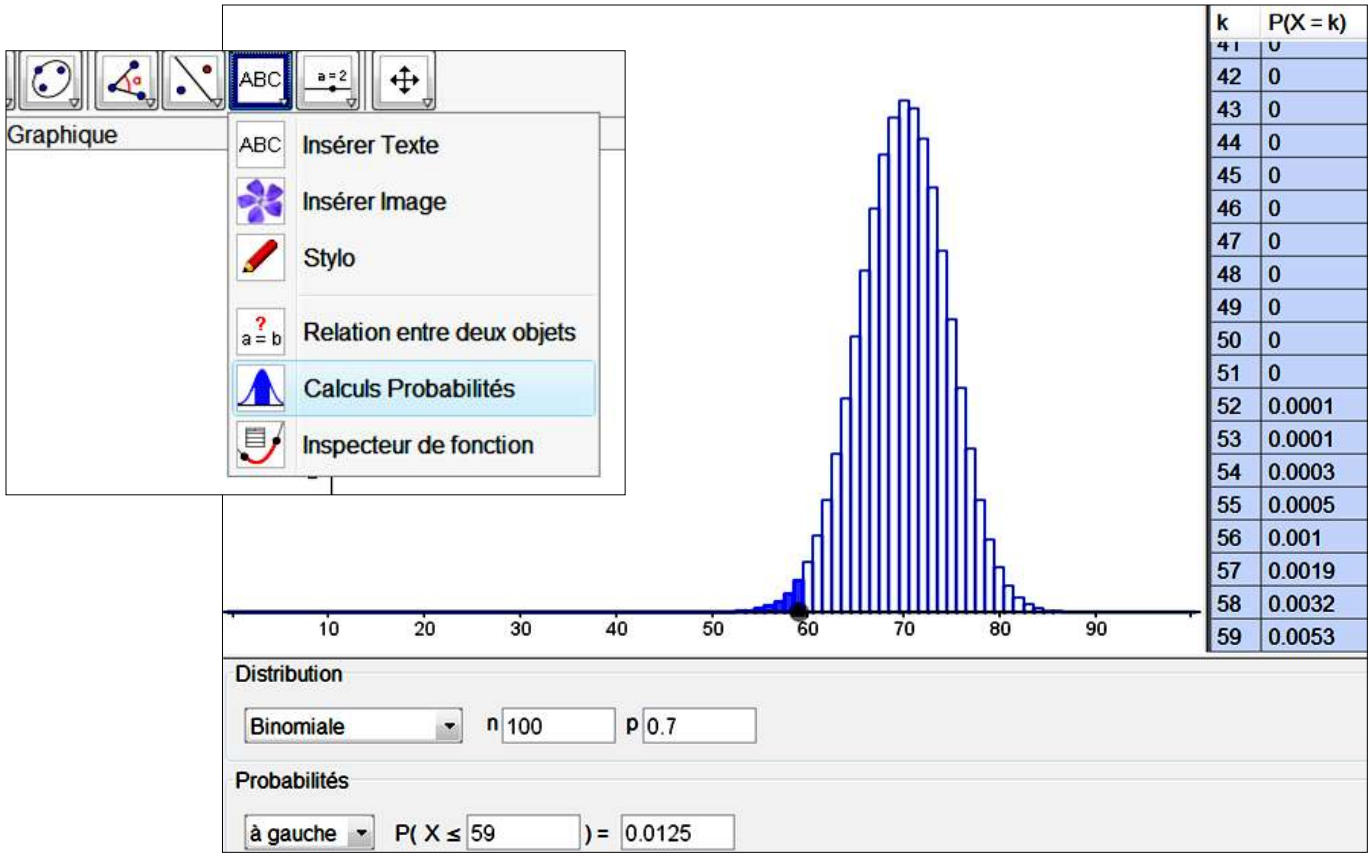
1. Déterminer, à l'aide de la loi binomiale (et ici de GeoGebra), l'intervalle de fluctuation à 95% de la fréquence des clients prêts à acheter le produit sur un échantillon aléatoire de taille 100 et sous l'hypothèse que la proportion correspondante parmi tous les clients potentiels est $p = 0,7$.

2. En utilisant l'intervalle précédent, donner une règle de décision permettant de rejeter ou non l'hypothèse selon laquelle $p = 0,7$ au seuil de risque de 5%.

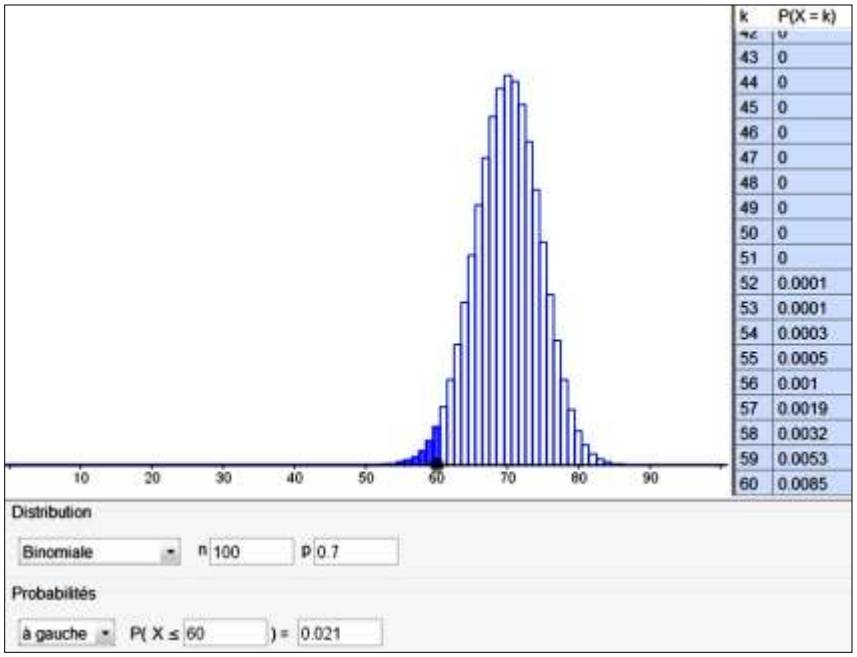
3. Sur 100 clients potentiels interrogés au hasard, 64 déclarent vouloir acheter le nouveau produit.
Peut-on, au risque de 5%, rejeter l'hypothèse selon laquelle la proportion de clients potentiels prêts à acquérir le produit est 70% ?

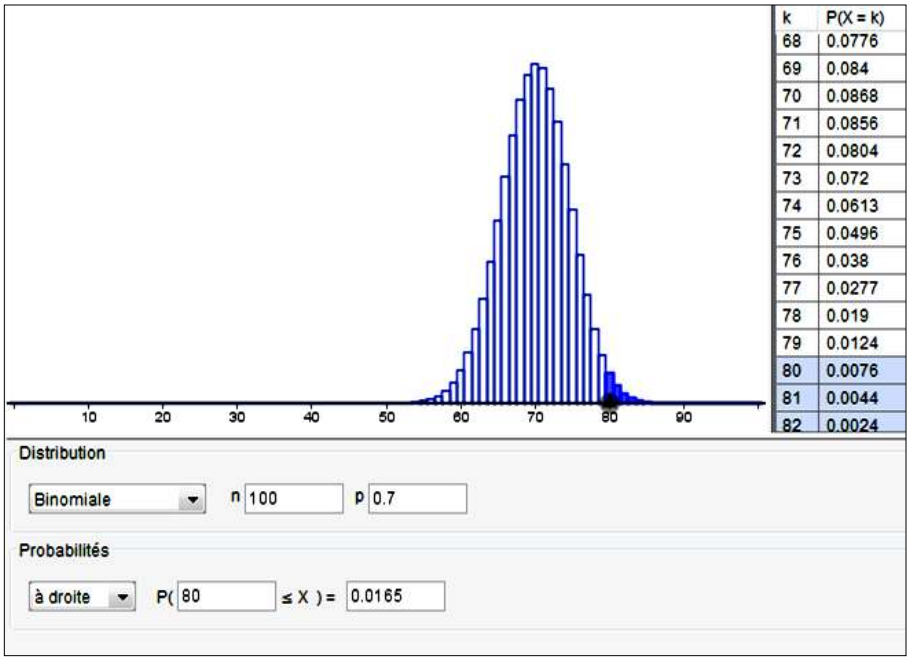
Détermination d'un intervalle de fluctuation selon la loi binomiale avec GeoGebra 4

Utilisation de GeoGebra 4 :



Détermination d'un intervalle de fluctuation selon la loi binomiale avec GeoGebra 4





- A l'aide de GeoGebra, on recherche la partie « à gauche », puis la partie « à droite » ayant une probabilité directement inférieure ou égale à 0,025 : on lit $k = 60$ et $k = 80$.
- On en déduit que l'intervalle de fluctuation à 95% est [0,61 ; 0,79].
- On a $f = 0,64$. Au seuil de risque de 5%, on ne rejette pas l'hypothèse selon laquelle la proportion de clients potentiels prêts à acquérir le produit est 70%.

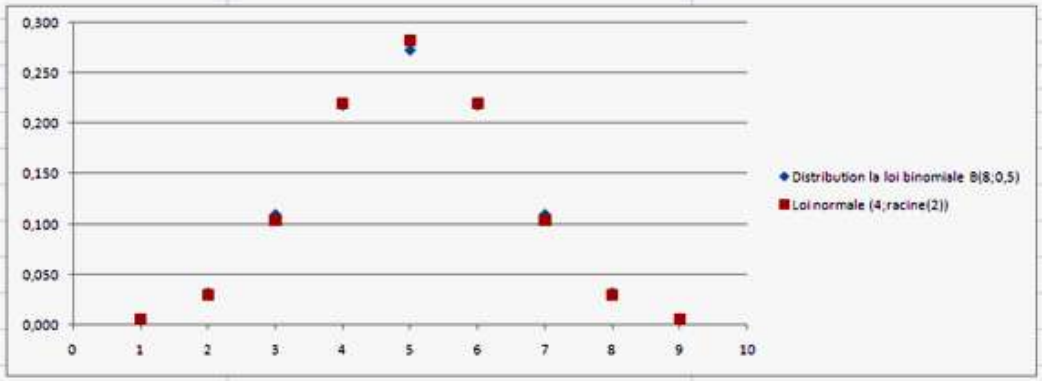
STATISTIQUE ET PROBABILITES
Terminale STMG

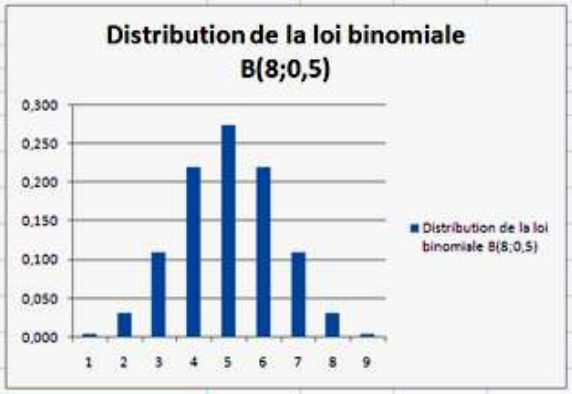
Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Loi normale Loi normale d'espérance μ et d'écart type σ. **Approximation d'une loi binomiale par une loi normale.**	• Utiliser une calculatrice ou un tableur pour calculer une probabilité dans le cadre d'une loi normale. • **Connaitre et interpréter graphiquement une valeur approchée de la probabilité des évènements suivants :** $\{X \in [\mu - \sigma, \mu + \sigma]\}$ $\{X \in [\mu - 2\sigma, \mu - 2\sigma]\}$ $\{X \in [\mu - 3\sigma, \mu - 3\sigma]\}$ • **Déterminer les paramètres de la loi normale approximant une loi binomiale donnée**	**La loi normale peut être introduite à partir de l'observation, à l'aide d'un logiciel, de la loi binomiale.** Les élèves doivent connaître l'allure de la courbe de densité, ainsi que sa symétrie. L'expression de la densité de la loi normale n'est pas un attendu du programme. Des exemples issus des autres disciplines montrent que la loi normale permet de modéliser des situations concrètes. Toute théorie est exclue. **On illustre cette approximation à l'aide de l'outil informatique**

Approximation de la loi binomiale par la loi normale

On lance 8 fois de suite une pièce de monnaie bien équilibrée et on compte le nombre de "face " obtenu

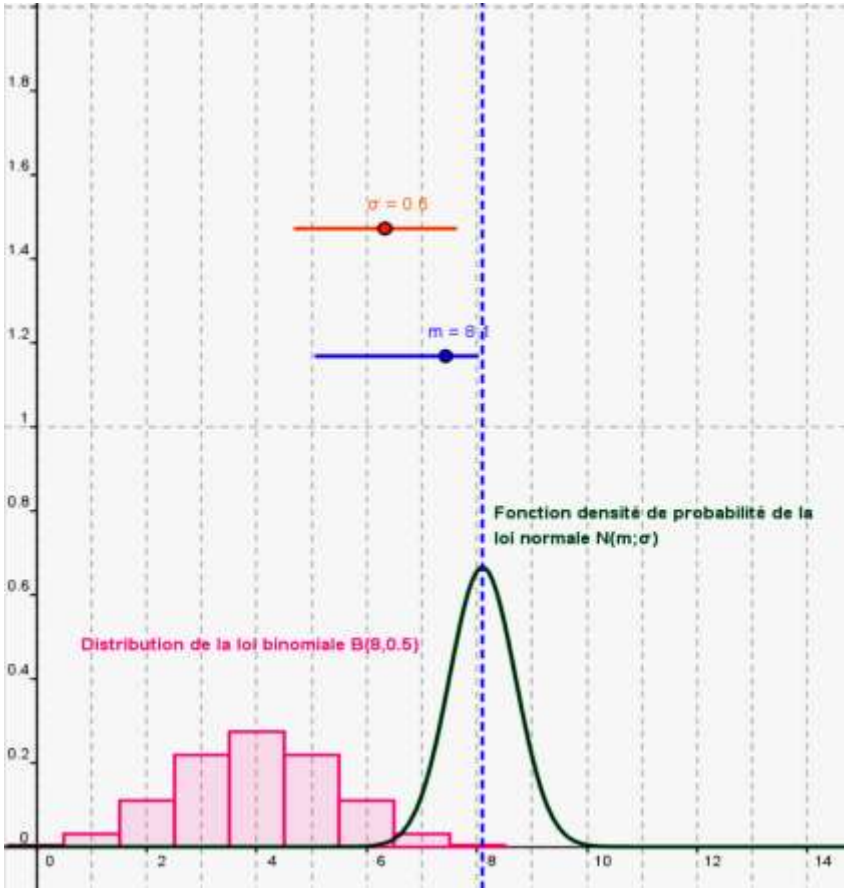
x désigne le nombre de fois où "face" est apparu au cours des 8 lancers	Les résultats suivants sont obtenus avec =LOI.BINOMIALE (x;n;p;o)	Valeur prises par la fonction densité de probabilité de la loi normale de moyenne 4=np et d'écart type racine(2)=racine(np(1-p))
x	probabilités correspondante p(X=x)	f(x)
0	0,004	0,005
1	0,031	0,030
2	0,109	0,104
3	0,219	0,220
4	0,273	0,282
5	0,219	0,220
6	0,109	0,104
7	0,031	0,030
8	0,004	0,005

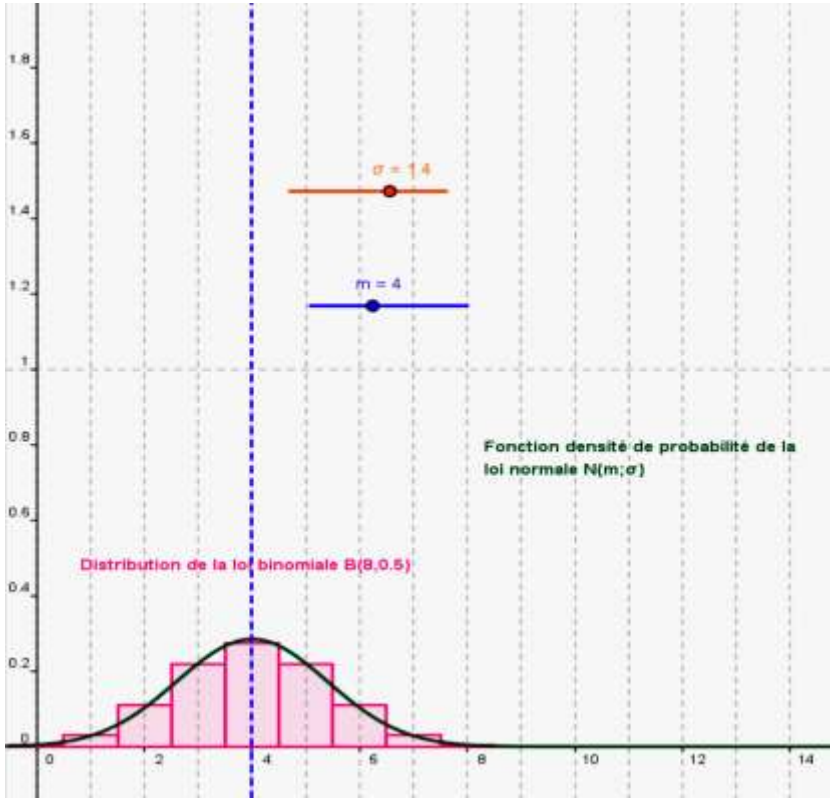




Cas général: P(X=x) et f(x) sont d'autant plus voisins que n est grand et p proche de 0,5

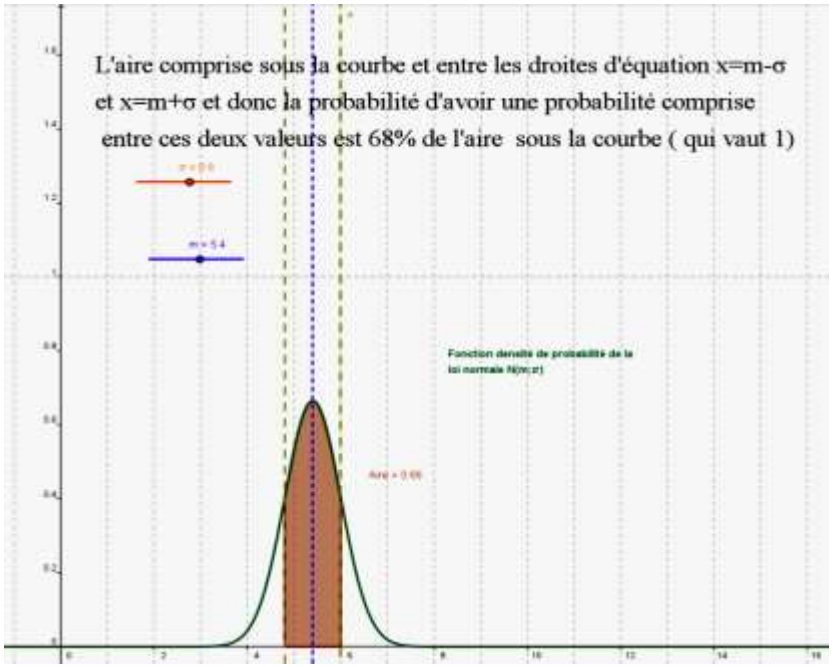
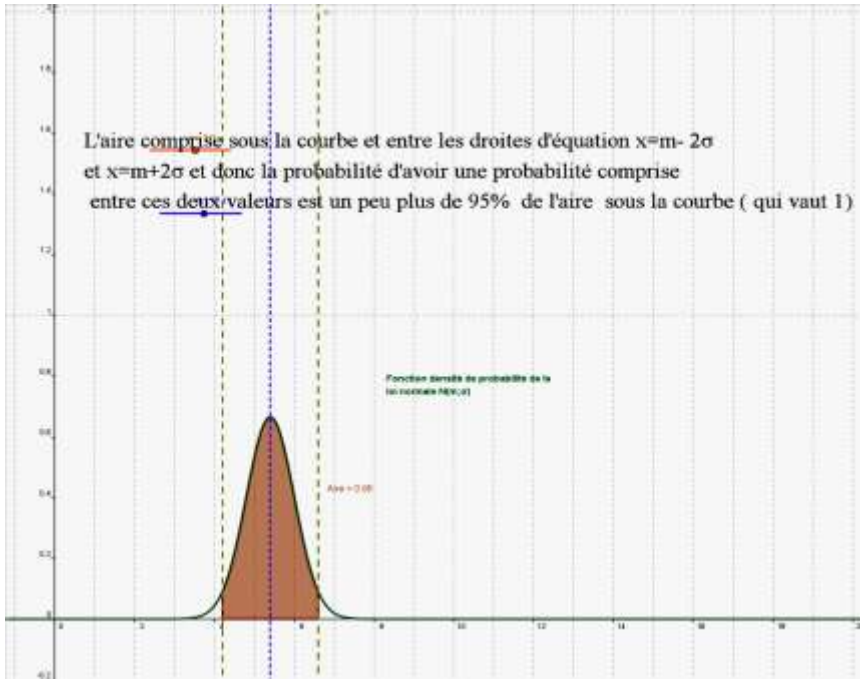
Paramètres de la loi normale approchant une loi binomiale donnée à l'aide du logiciel geogebra





Connaitre et interpréter graphiquement une valeur approchée de la probabilité des évènements suivants :

$\{X \in [\mu - \sigma, \mu + \sigma]\}$

$\{X \in [\mu - 2\sigma, \mu - 2\sigma]\}$

$\{X \in [\mu - 3\sigma, \mu - 3\sigma]\}$