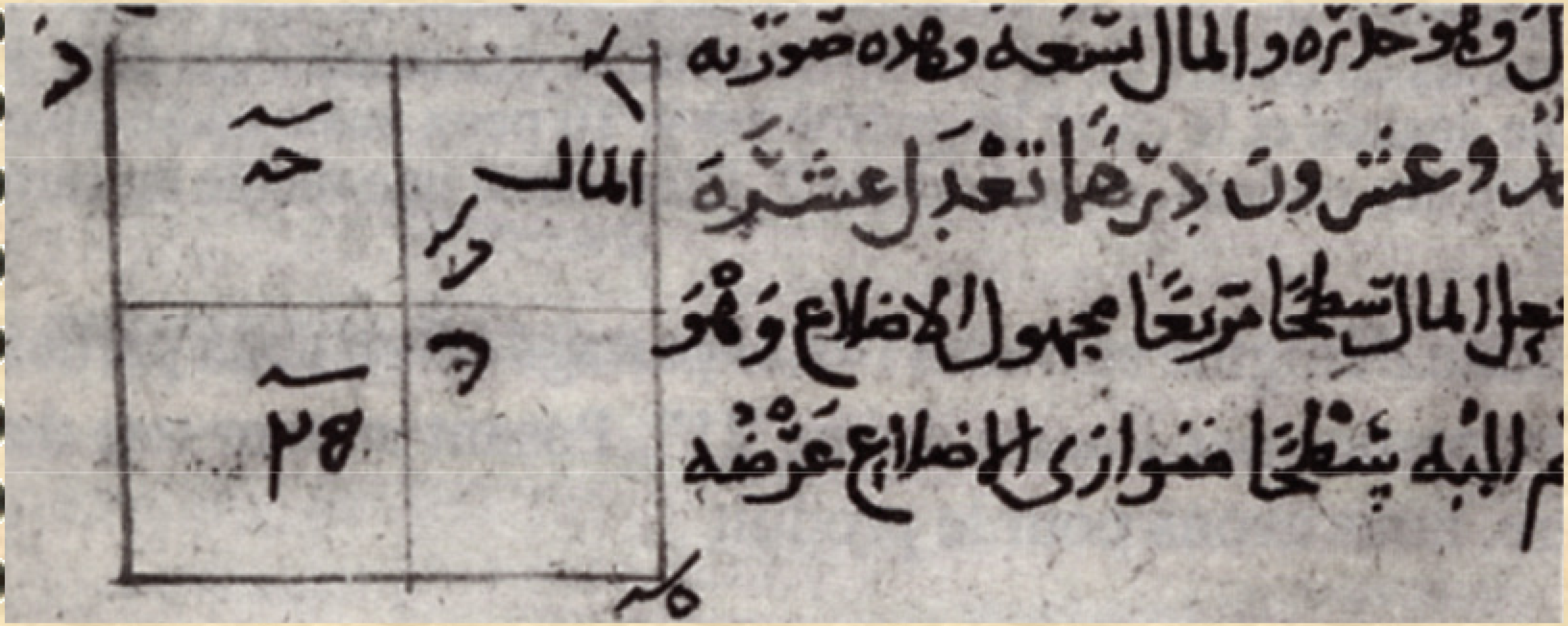
Un algorithme d’Al Khwarizmi



Manuscrit de 1342, reproduit dans
L'analyse au fil de l'histoire, Hairer, Wanner, éd. Springer

Le texte traduit par Rosdi Rached AL Khwarizmi le commencement de l’algèbre.

Les carrés plus les racines égaux à un nombre, c'est par exemple lorsque tu dis : un carré plus dix racines sont égaux à trente-neuf dirhams, c'est-à-dire que si on ajoute à un carré quelconque <une quantité> égale à dix racines, le tout sera trente-neuf.

Procédé :

Partage en deux moitiés le nombre des racines ;
il vient, dans ce problème, cinq,
que tu multiplies par lui-même ; on a vingt-cinq ;
tu l'ajoutes à trente-neuf, on aura soixante-quatre ;
tu prends la racine qui est huit,
de laquelle tu soustrais la moitié du nombre des racines, qui est cinq.
Il reste trois, qui est la racine du carré que tu veux,
et le carré est neuf.

Appropriation de l’algorithme

- *Appropriation numérique de l’algorithme : En refaisant le cheminement avec l’exemple donné ou un autre proposé par le professeur .*
- *Pour proposer un problème similaire, l’élève doit avoir compris quels sont les paramètres et leur propriétés.*
- *La mise sous forme d’une équation est laissée aux élèves mais n’est pas nécessaire dans un premier temps.*

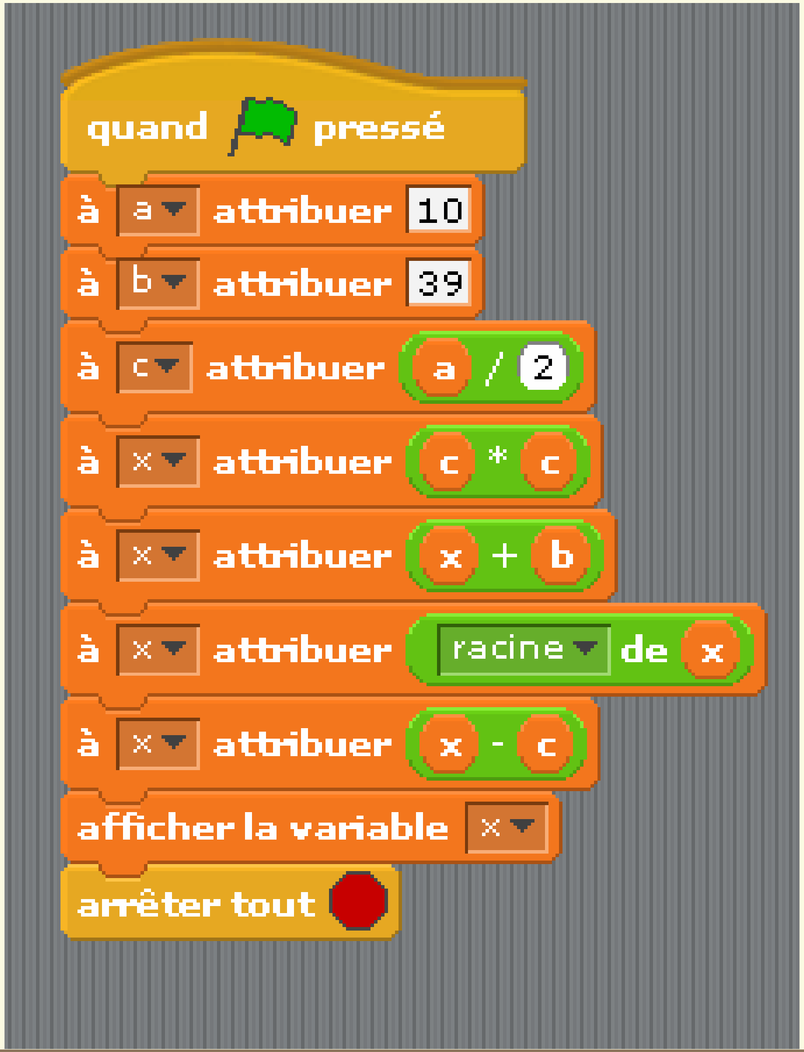
Appropriation de l'algorithme

- *Appropriation littérale de l'algorithme :*
  Le but est reconnaître les « données » qui seront affectées dans un algorithme.
- *Avoir traduit le problème avec deux paramètres ou l'avoir transcrit par* $x^2 + a\,x = b$
- *Écriture de l'algorithme en langage courant à l'aide des paramètres a et b.*

- *On donne a*
- *On donne b*
- *On divise a par 2*
- *On élève au carré le résultat*
- *On ajoute b*
- *On prend la racine de la somme*
- *On soustrait a/2 à la racine obtenue.*

C'est une solution du problème

Avec scratch



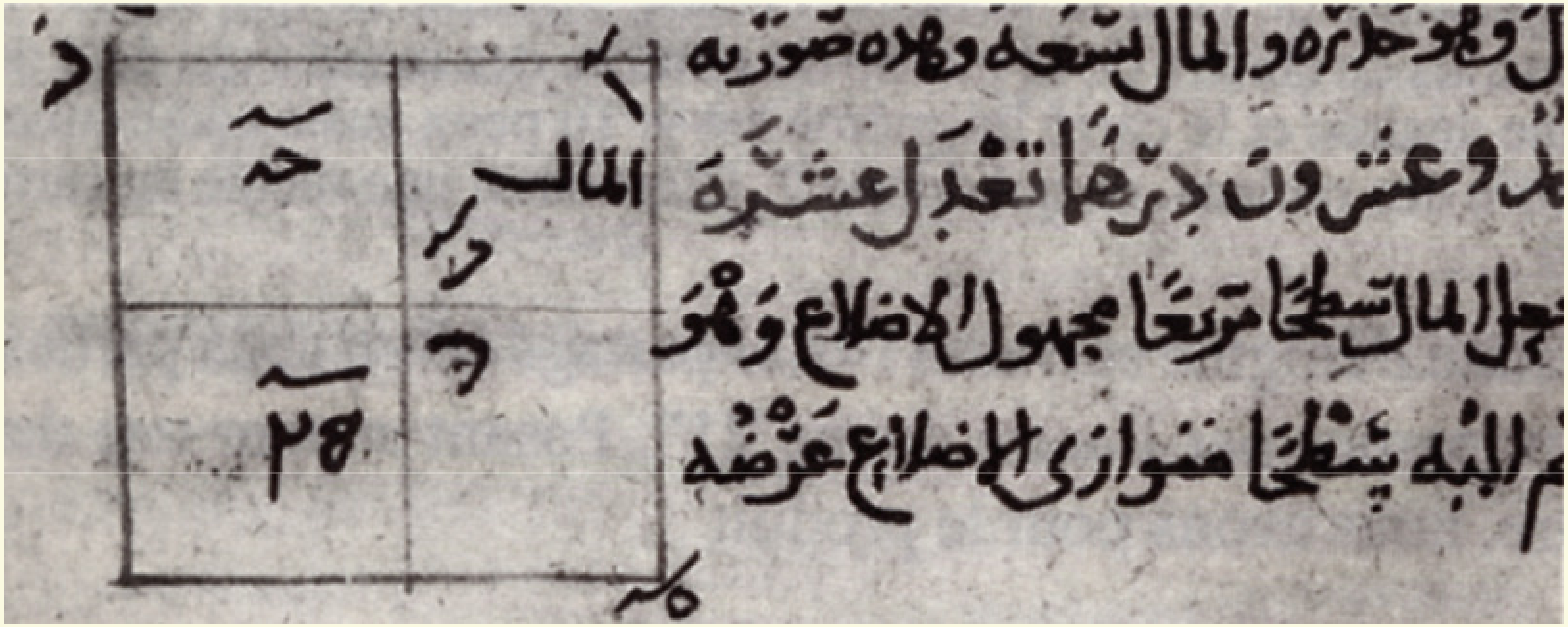
Avec une calculatrice

```
PROGRAM:ALK
:Prompt A
:Prompt B
:A/2→C
:C^2→X
:X+B→X
:√(X)→X
:X+C→X
:Disp X
:
```

Avec un tableur

	A	B	C	D	E	F
1		a	10			
2						
3		b	39			
4						
5	a/2	$(a/2)^2$	$(a/2)^2 + b$	$\sqrt{}((a/2)^2 + b)$	$\sqrt{}((a/2)^2 + b)-a/2$	
6						
7	=D1/2	=A7^2	=B7+C3	=RACINE(C7)	=D7-A7	
8						
9				la solution est :	=E7	
10						

Prolongement : démonstration



Prolongement recherche d'une autre solution

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
1																						
2	x	-15	-14	-13	-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
3	$x^2 + 10x$	75	56	39	24	11	0	-9	-16	-21	-24	-25	-24	-21	-16	-9	0	11	24	39	56	75
4																						
5																						

- *En utilisant les exemples qu'ils ont étudiés on peut amener les élèves à trouver que la seconde solution est toujours négative et vaut* $-a/2 - \sqrt{(a/2)^2 + b}$.
- *Il peuvent alors modifier leur algorithme pour obtenir les deux solutions.*

Résolution d'équation.

On cherche les points d'intersection de la courbe d'équation

$$y = x^2 + 12x - 14$$

Et de la droite d'équation

$$y = 2x + 25.$$