

D. La course aux conjectures

(Inspirée par l’IREM d’Aix en Provence)

Martine BRUNSTEIN – Collège du Parc de Sucy en Brie (94)

Niveau : 4^{ème} ou 3^{ème}



Les élèves emploient souvent l’expression « on voit que », ou « on regarde ». Ils ont des difficultés à trier les renseignements donnés dans l’énoncé, les renseignements qu’il faut avoir pour utiliser une propriété ou un théorème et ce qu’il faut expliquer.

On peut leur proposer des illusions d’optique pour engager le débat « ce qu’on voit est-il vrai ? ».

<p>Ces deux segments ont la même longueur.</p> <p>VRAI <input type="checkbox"/> FAUX <input type="checkbox"/></p>	<p>Ces deux cercles centraux n’ont pas le même rayon.</p> <p>VRAI <input type="checkbox"/> FAUX <input type="checkbox"/></p>
---	--

La notion de conjecture peut alors être introduite si elle n’est pas déjà familière.

Une conjecture est une hypothèse émise, qui peut être soit vraie soit fausse.

On peut demander de formuler des phrases du type : « Je pense que », « Il semble que ».

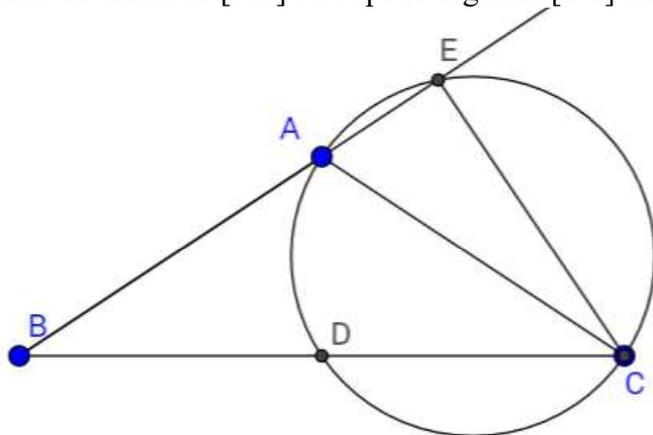
De nombreux exercices permettent de travailler « le doute ».

Ce sont les exercices « Vrai ou faux », les affirmations à expliquer données en épreuve de brevet, les questions comme « Qu'en pensez-vous ? » qui contraignent à expliquer en s'appuyant sur des références de connaissances bien précises.

Exercice proposé à réaliser en travail de groupe comme exercice de révision éventuellement

ABC est un triangle isocèle de sommet principal A.

Le cercle de diamètre [AC] recoupe le segment [BC] en D et la droite (BA) en E.



- 1°) Etablir une liste de conjectures à propos de cette figure.
- 2°) Démontrer les conjectures précédentes si cela est possible.

Pour dynamiser la recherche et la stimuler, on peut proposer cet exercice sous forme de défi.

Question 1 : Cette question rapporte 7 points ; toute conjecture rapporte 0,5 point, même si vous n'arrivez pas à la démontrer ; toute conjecture « farfelue » enlève 1,5 point.

Question 2 : Cette question rapporte 13 points ; toute démonstration exacte rapporte un nombre de points égal au nombre minimum de pas qu'elle contient (c'est à dire le nombre minimal de propriétés ou théorèmes nécessaires à la démonstration). Chaque conjecture que vous serez seul dans la classe à avoir démontrée, vous rapporte un point bonus.

Voici des exemples de « conjectures » rapidement trouvées :

➤ **Quelques conjectures qui n'en sont pas.**

Ce sont des données de l'énoncé ou des définitions.

1. Le triangle ABC est isocèle en A.
2. Les points E, B, A sont alignés.
3. Le cercle de diamètre [AC] est circonscrit au triangle ACE.

➤ **Quelques conjectures accidentelles.**

1. Le triangle ECD est isocèle.
2. Le triangle ECD est équilatéral.
3. Les longueurs CD et CE sont égales

Les élèves ayant reproduit chacun une figure, ils ne « voient » pas tous ces conjectures, ce qui leur permet de les éliminer après débat.

➤ **Quelques conjectures qui peuvent être démontrées.**

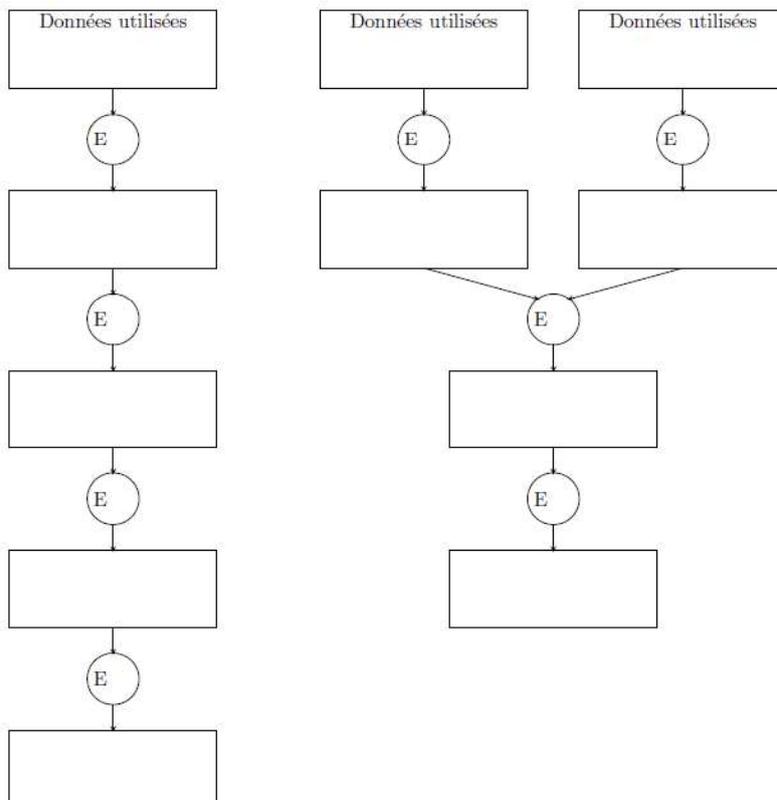
1. Les longueurs AC et AB sont égales.
2. Le triangle AEC est rectangle en E.
3. $AC^2 = AE^2 + EC^2$.
3. Le triangle BEC est rectangle en E.
4. Les droites (AD) et (BC) sont perpendiculaires.
5. Le point D est le milieu de [BC].

Pour organiser leur recherche, il est proposé d'utiliser des tableaux de démonstration ou des arbres de démonstration déjà expérimentés dans d'autres exercices de recherche.

Tableau de démonstration :

Je sais que Comme Puisque	D'après la propriété... Si... alors...	J'en conclus... Je peux en déduire...

Arbre de démonstration



CHERCHER :

S'engager dans une démarche scientifique, observer, questionner, manipuler, expérimenter (sur une feuille de papier, avec des objets, à l'aide de logiciels), émettre des hypothèses, chercher des exemples ou des contre-exemples, simplifier ou particulariser une situation, émettre une conjecture.

Domaines du socle : 1, 3

RAISONNER :

Démontrer : utiliser un raisonnement logique et des règles établies (propriétés, théorèmes, formules) pour parvenir à une conclusion.

Fonder et défendre ses jugements en s'appuyant sur des résultats établis et sur sa maîtrise de l'argumentation.

Domaines du socle : 2, 3, 4

COMMUNIQUER :

Expliquer à l'oral ou à l'écrit (sa démarche, son raisonnement, un calcul, un protocole de construction géométrique, un algorithme), comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

Domaines du socle : 1, 3