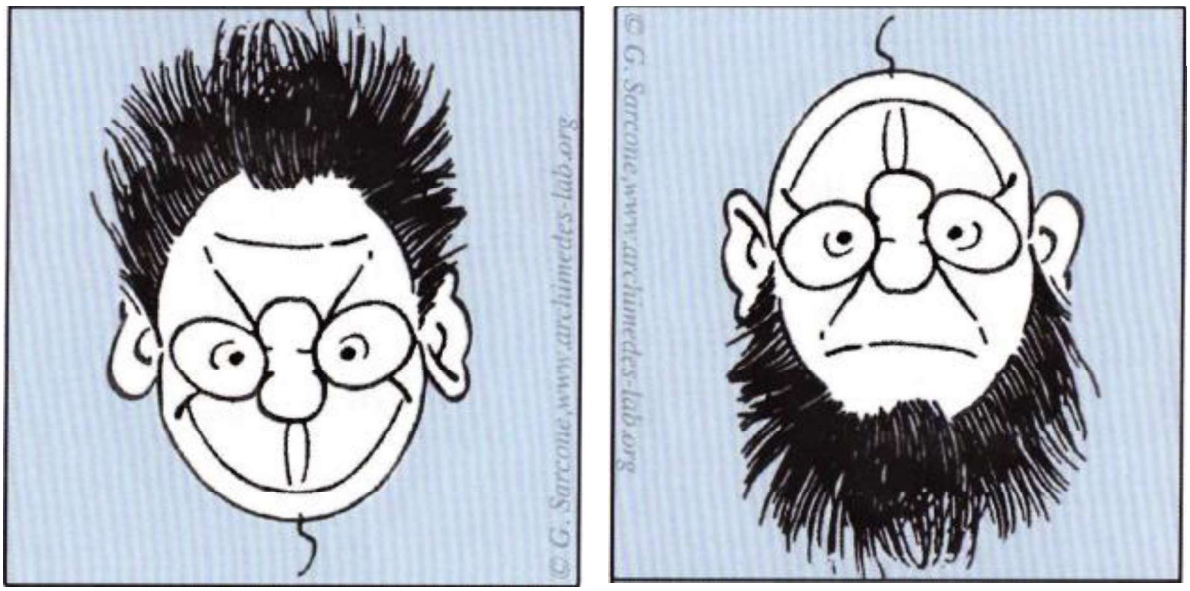
II – Jouer avec la géométrie et la perception : « miroir, mon beau miroir ! »

Mohammed MESMOUDI
Collège J.Y. COUSTEAU, 77600 Bussy Saint Georges

Deux personnes peuvent-elles dire deux choses contradictoires ou opposées et avoir toutes les deux tort ou bien toutes les deux raison ? Le but de cet article est d'amener les élèves à se poser des questions dans ce sens et de prendre conscience que, parfois, ce qui paraît logique à première vue ne l'est pas tellement en réalité et que la logique, et en particulier la logique mathématique est beaucoup plus subtile et plus précise que ce que les élèves (et même des adultes) peuvent penser.
D'un autre côté, le travail présenté dans ce document montre à l'enseignant que la perception des choses par le cerveau peut assez souvent être erronée car notre cerveau est entraîné à percevoir les choses d'une certaine manière alors qu'il suffit parfois de faire un changement minime pour que la perception devienne erronée, les illusions optiques sont de parfaits exemples dans ce domaine. Ceci nous amène à nous poser la question sur la perception de l'élève à propos d'objets et de notions qui paraissent évidentes à l'enseignant, ou plus généralement à un adulte, mais qui sont loin de l'être pour un enfant.
Il est aussi question de point de vue : ce qui peut paraître simple et évident pour une personne peut paraître ambigu, difficile et même contradictoire pour une autre personne. C'est tout l'enjeu pour l'enseignant d'amener les élèves à concevoir les choses selon un point de vue objectif et avec une certaine hauteur ou un certain recul.
Si l'on place l'image suivante sur une table et si l'on met deux personnes de part et d'autre de la table. Vont- elles voir le même personnage ?



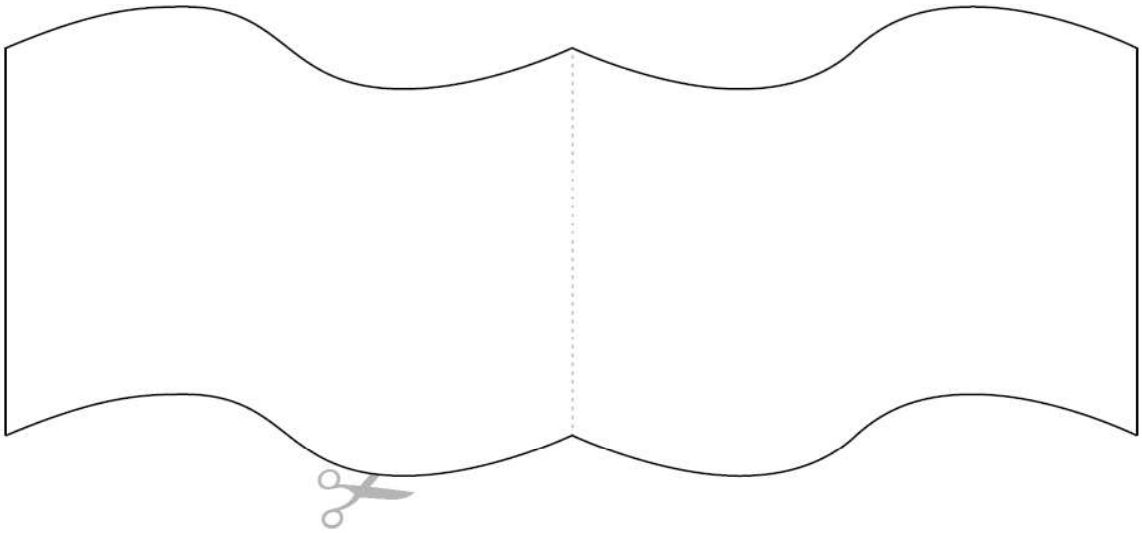
Source de l'image : www.archimede-lab.org

Dans le même esprit, l'expérience de visualisation simultanée selon deux points de vue différents peut être faite avec les chiffes 6 et 9, ou bien avec les lettres M et W (écrites de la même manière), ou les nombre 25 et 52 (sur l'écran d'une calculatrice).
D'où la difficulté pour l'élève d'identifier parfois deux figures symétriques par rapport à un point.

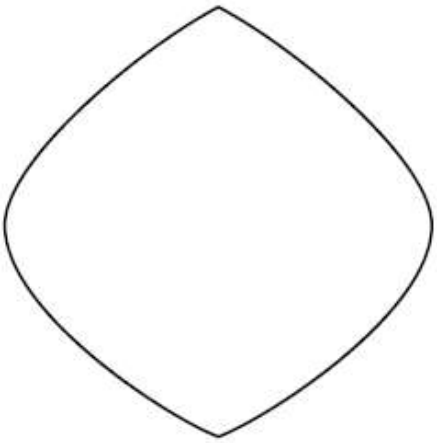
Passons maintenant à quelque chose de plus troublant encore. Nous allons construire quelques solides et ferons appel au miroir magique de "conte de fées" ou tout simplement à un miroir bien plat que l'on utilise un peu partout dans notre vie de tous les jours.
Avec les élèves, on peut faire cette activité sans miroir en regroupant les élèves par deux et les positionner par binômes l'un en face de l'autre, puis en mettant le solide entre eux pour leur demander ensuite ce qu'ils voient.

Voici les patrons de quelques solides. Il faut découper chaque patron le long de son contour, le plier le long des pointillés et scotcher les bords droit et gauche. Ensuite, il faut déplier la feuille pour former un solide dans l'espace. Il faut positionner le solide en face d'un miroir et ensuite l'observer par-dessus à 45° environ. Que pourrait-on voir ? (Quelques images sont données en pages 151 et 152)

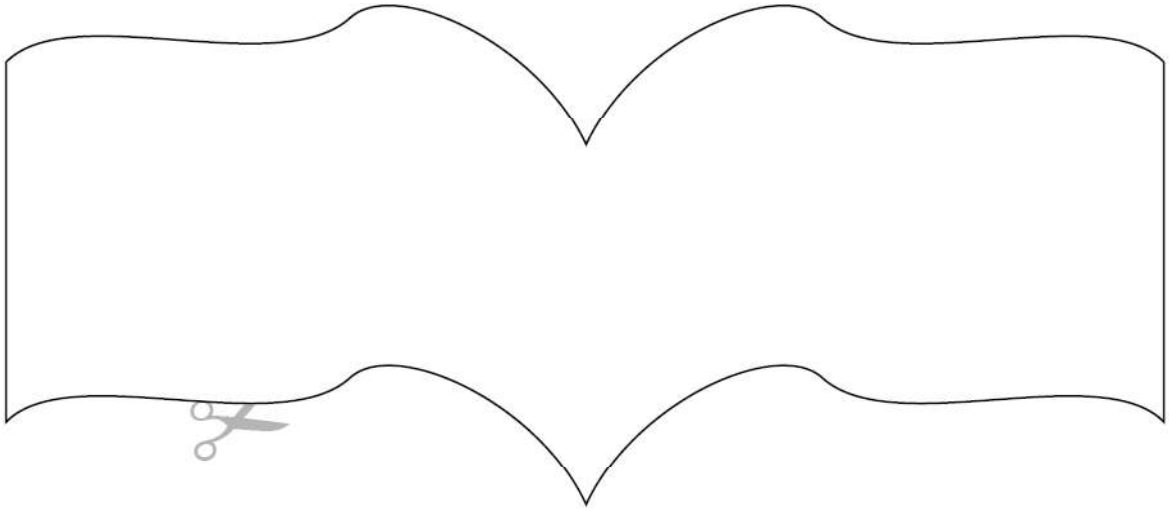
Cylindre ou prisme droit ?



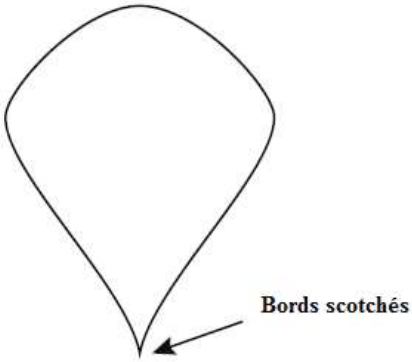
Pour bien le voir, il faut que la forme dépliée du solide ressemble à celle-ci vue de haut :



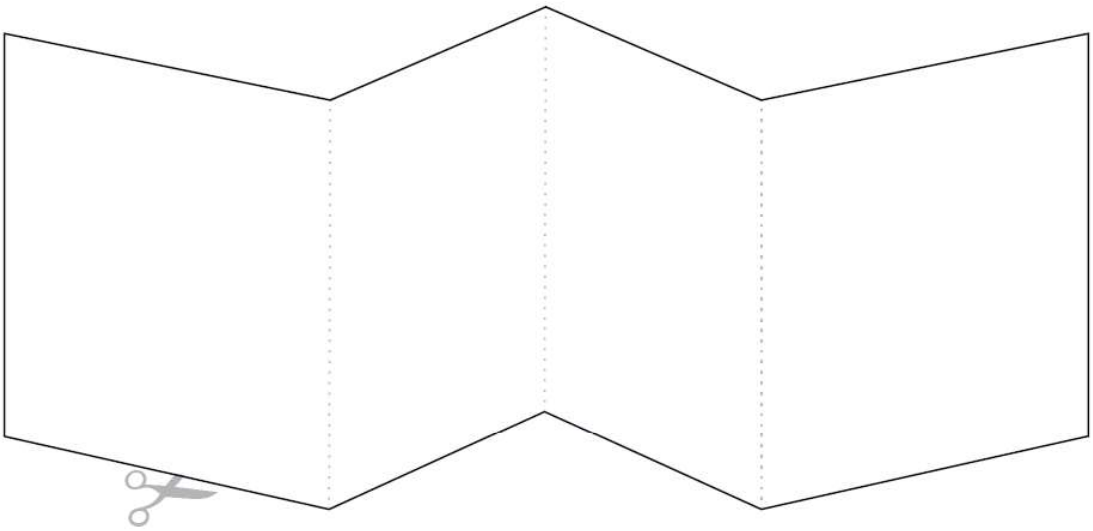
Cœur ou diamant ?



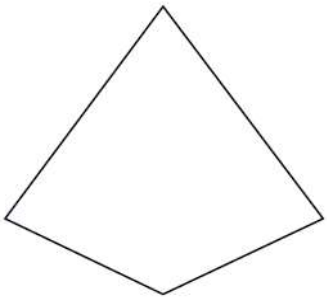
Pour bien le voir, il faut que la forme dépliée du solide ressemble à celle-ci vue de haut :



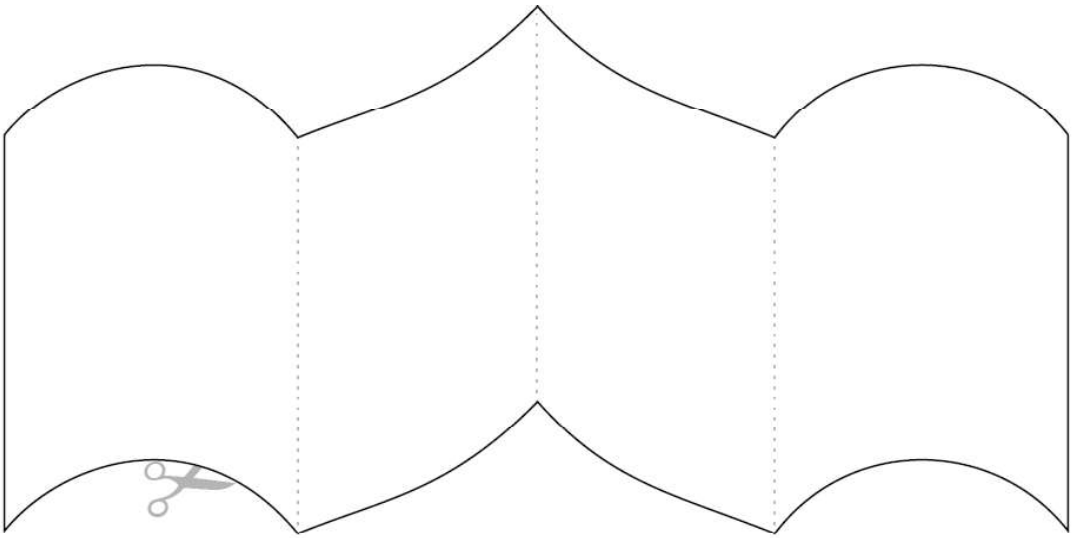
Forme triangulaire ou carrée ?



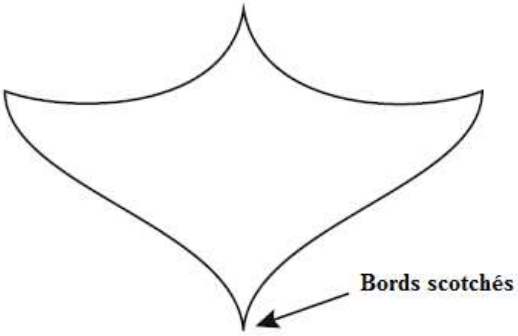
Pour bien le voir, il faut que la forme dépliée du solide ressemble à celle-ci vue de haut :



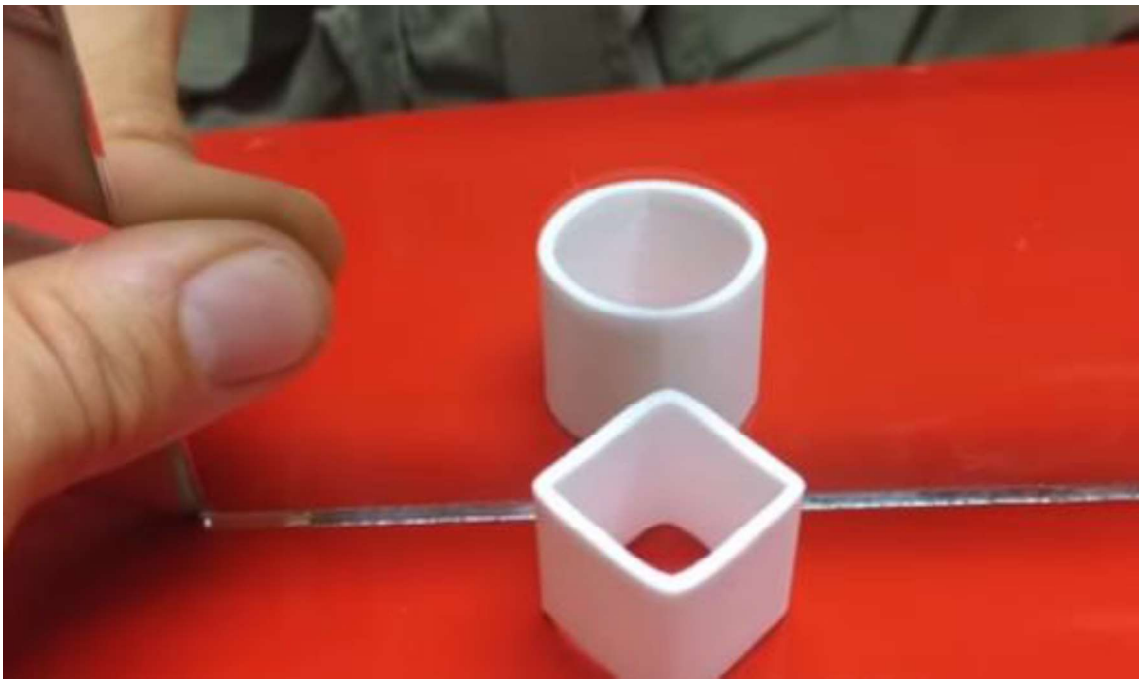
Croissant de lune ou étoile ?



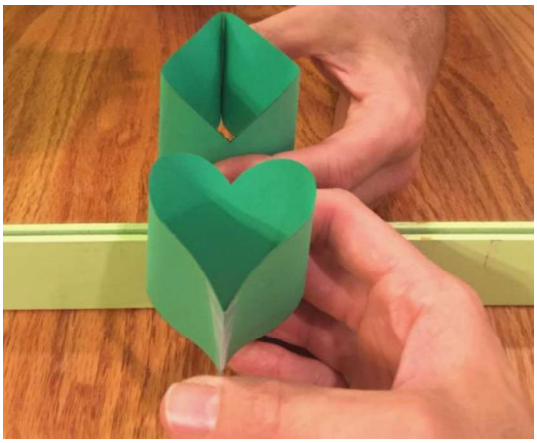
Pour bien le voir il faut que la forme dépliée du solide ressemble à celle-ci vue de haut :

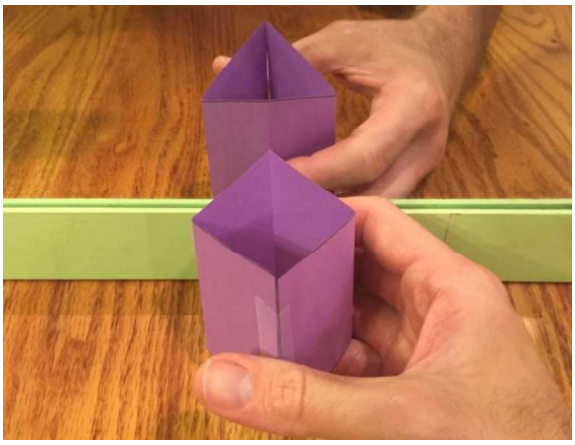


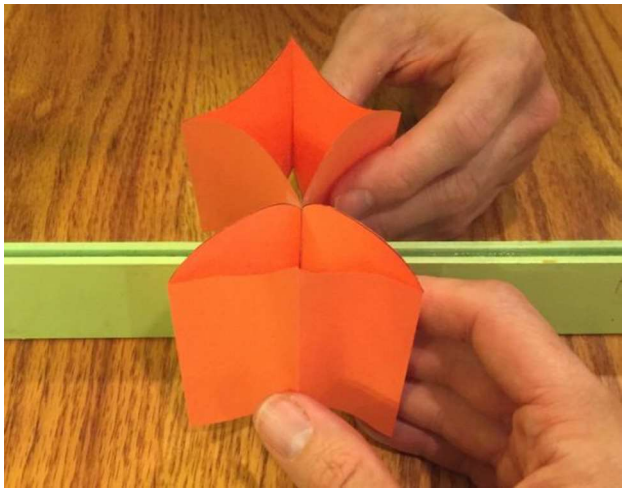
Voici quelques images qui illustrent cette illusion d'optique :



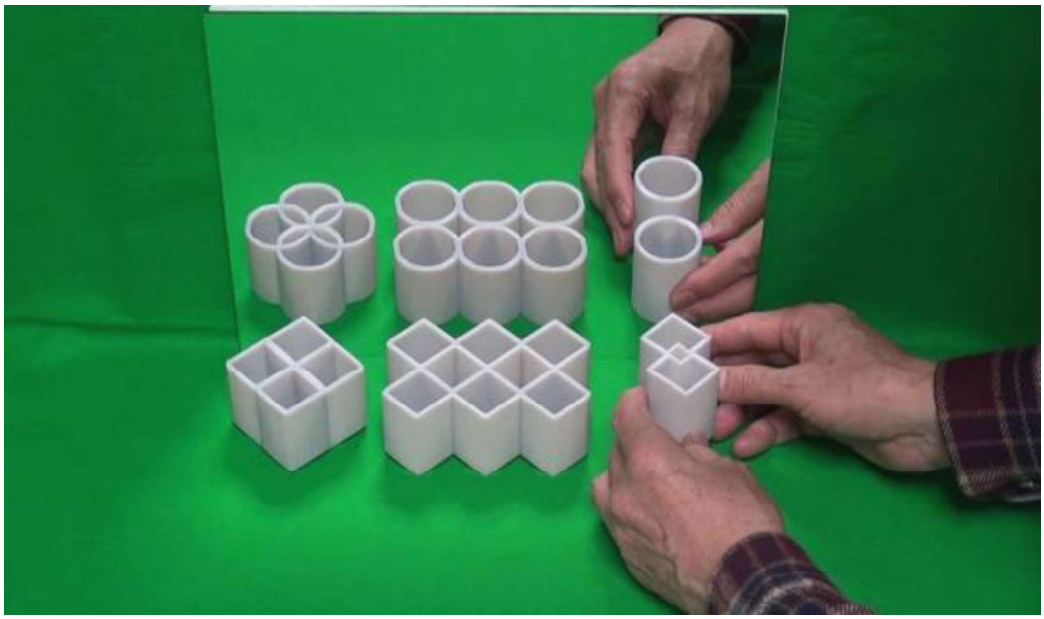
Ambiguous Cylinder Illusion





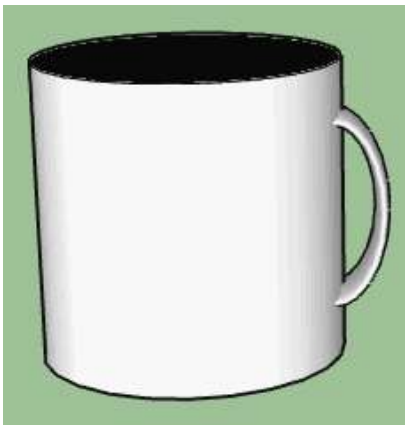


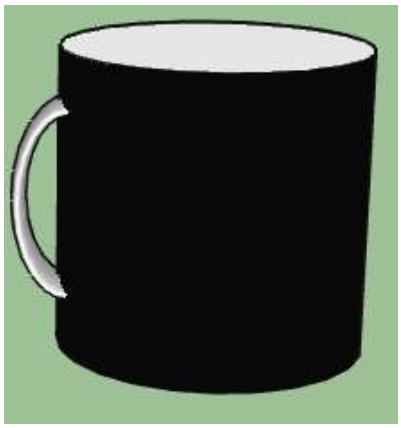
Dans le même esprit voici deux autres exemples :



Ambiguous Cylinder Illusion by Kokichi Sugihara

Mug en noir et blanc





Parmi les propositions suivantes, donner celles qui vous paraissent correctes (*) :
A = "1ère personne : L'extérieur de la tasse est blanc et l'intérieur est noir".
B = "2ème personne : Non, elle est blanche à l'intérieur et noire à l'extérieur sauf l'anse qui est blanche".
C = "1ère personne : Je vois une tasse blanche à l'extérieure et noire à l'intérieur".
D = "2ème personne : Moi, je vois une tasse blanche à l'intérieur et noire à l'extérieur sauf l'anse qui est blanche".

Moralité de l'histoire

On assiste parfois à des disputes entre deux personnes et même dans un couple. Les arguments de chacun sont parfois justifiés mais de son point de vue. Les gens prennent parfois position pour l'un ou l'autre mais avant tout, il faut voir le problème dans sa globalité !!!

Bibliographie

1. Sugihara's Impossible Cylinder, David Richeson (Math Horizons, Septembre 2016, 18–19, publication de "the Mathematical Association of America".
2. Ambiguous Cylinder Illusion by Kokichi Sugihara,
https://thekidshouldseethis.com/post/ambiguous-cylinder-illusion-by-kokichi-sugihara
3. Ambiguous Cylinder Illusion // How it Works,
https://www.youtube.com/watch?v=SKpOKXAVjGo
4. Pour imprimer en 3D quelques solides de ce type :
https://www.yeggi.com/q/ambiguous+solid/
5. https://divisbyzero.com/2016/10/02/two-more-impossible-cylinders/

(*) Aucune proposition n'est juste. Il faut rajouter aux propositions C et D l'indication que les parties visibles de la tasse du point de vue de l'observateur sont noires (intérieur ou extérieur) et blanches (extérieur ou intérieur) selon les cas.