PARTIE 2 : PARTAGER SELON UN RATIO

I – Le ratio en classe de cinquième

Pascal FABREGUES - Collège CONDORCET
de Pontault-Combault (77)
Niveau : 5ème
Durée : 5 séances et demie

© Images pirates libres de droit : ❶ et ❷ pixabay.com ; ❸ www.publicdomainfiles.com
© Encadrement :CC0 Domaine public

Dans le nouveau programme du Cycle 4 (B.O. du 26 juillet 2018), il est désormais demandé d'enseigner la notion de ratio pour la partie « Organisation et gestion de données, fonctions ». Sans mentionner le total d'un partage, le ratio en quantifie les parts. Il se relie donc naturellement aux notions de division, fraction et proportionnalité.

Le présent article montre une séquence d'enseignement du ratio en classe de 5ème dont le déroulement est le suivant :

- Une activité de découverte menée en débat ;
- Une trace écrite de leçon ;
- Une série d'exercices d'acquisition des savoir-faire de base ;
- Une évaluation de tâche à prise d'initiative.

Quatre méthodes de modélisation d'une situation de partage selon un ratio donné sont exposées dans ce qui suit :

- Par la division euclidienne ;
- Par des fractions de la quantité totale ;
- Par un tableau de proportionnalité ;
- Par des fractions égales traduisant la situation de proportionnalité.

Cette dernière méthode est suggérée par le programme avec « $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$ » et « $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{7}$ ». Ce n'est cependant pas celle qui a émergé des propositions des élèves. Il a donc fallu que le professeur l'introduise pour montrer qu'elle apporte une modélisation experte plus efficace d'une situation ratio. Les statistiques sur la tâche à prise d'initiative montrent que peu d'élèves l'ont finalement adoptée, les autres préférant d'autres façons. Cette méthode ne prend en effet tout son sens que quand un élève a réussi à établir un lien mental consolidé entre les fractions égales et la situation de proportionnalité, ce qui bien entendu n'est pas encore le cas pour la majorité des élèves qu'on peut rencontrer en 5ème.

Une autre méthode consistant à modéliser visuellement le partage par le dessin de barres de tailles en proportions avec les nombres du ratio n'est pas ici exposée.

Objectifs

Programmes de mathématiques

Extrait du bulletin officiel n° 30 du 26-7-2018

Résoudre des problèmes de proportionnalité
Connaissances ➢ Notion de ratio. On dit, par exemple, - que deux nombres a et b sont dans le ratio 2 : 3 (notation standardisée) si $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$; - que trois nombres a, b, c sont dans le ratio 2 : 3 : 7 (notation standardisée) si $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{7}$. Compétences associées ➢ Partager une quantité (par exemple une somme d'argent) en deux ou trois parts selon un ratio donné ;

Repères de progression (classe de 5ème)

Proportionnalité
Les élèves sont confrontés à des situations relevant ou non de la proportionnalité. Des procédures variées (linéarité, passage par l'unité, coefficient de proportionnalité), déjà étudiées au cycle 3, permettent de résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité.
Attendus de fin d'année **Résoudre des problèmes de proportionnalité** **Ce que sait faire l'élève** • Il partage une quantité en deux ou trois parts selon un ratio donné. **Exemples de réussite** ♦ Il partage 10 € en deux parts selon le ratio 2:3. ♦ Il retrouve la quantité d'huile et de vinaigre pour 500 mL de vinaigrette réalisée dans le ratio 3:1. ♦ Il partage une masse de 1,2 kg en trois parts selon le ratio 1:2:3 pour une recette de cuisine.

Enoncés fournis aux élèves.

Activité : Vinaigrette

Une vinaigrette de 500 mL est élaborée en respectant un ratio 4 : 2 : 1 d'huile, vinaigre et moutarde.

Quelle quantité de chaque ingrédient est nécessaire pour cette goûteuse préparation ?

© Images vinaigrier libre de droit : www.publicdomainfiles.com

PROPORTIONNALITE 5ème

Leçon *Avant de l'apprendre, participe à la discussion de lecture pour être sûr de tout comprendre.*

Ratio

Définitions :

❶ Ratio avec deux nombres, noté a : b

On considère deux nombres entiers non nuls qu'on nomme a et b.

Si on partage une quantité en deux parts selon le ratio a : b, alors les parts sont en situation de proportionnalité avec a et b ; et réciproquement.

$$\frac{part\ 1}{a} = \frac{part\ 2}{b} = \frac{quantité}{a+b}$$

❷ Ratio avec trois nombres, noté a : b : c

On considère trois nombres entiers non nuls qu'on nomme a, b et c.

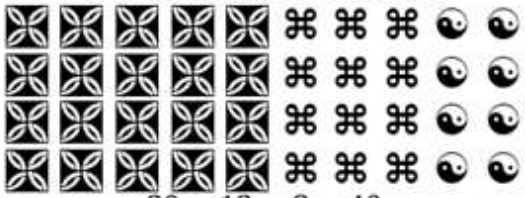
Si on partage une quantité en trois parts selon le ratio a : b : c, alors les parts sont en situation de proportionnalité avec a, b et c ; et réciproquement.

$$\frac{part\ 1}{a} = \frac{part\ 2}{b} = \frac{part\ 3}{c} = \frac{quantité}{a+b+c}$$

Exemple : les 27 motifs ci-dessous sont dans le ratio 7 : 2 .

$$\frac{21}{7} = \frac{6}{2} = \frac{27}{9}$$

Exemple : les 40 motifs ci-dessous sont dans le ratio 5 : 3 : 2 .



$$\frac{20}{5} = \frac{12}{3} = \frac{8}{2} = \frac{40}{10}$$

Exemple : Partager suivant un ratio

Trois personnes se partagent 130 € dans le ratio 5 : 3 : 2. Combien chacune a-t-elle ?

- On calcule la somme des nombres entiers du ratio : $5 + 3 + 2 = 10$.
  La somme 10 correspond à un total de 130 €.

$$\frac{personne\ 1}{5} = \frac{personne\ 2}{3} = \frac{personne\ 3}{2} = \frac{130}{10}$$

- Personne 1 : $5 \times 130/10 = 65$ €
- Personne 2 : $3 \times 130/10 = 39$ €
- Personne 3 : $2 \times 130/10 = 26$ €

On peut vérifier que : $65 + 39 + 26 = 130$ €

- La première personne a 65 €, la deuxième 39 € et le troisième 26 €.

Ratio

Exercice 1 : Quel est le ratio…

1) …d'étoiles par rapport aux carrés ?

2) …de lunes par rapport aux cœurs ?

3) …de cœurs par rapport aux triangles ?

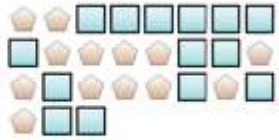
4) …d'étoiles par rapport aux cercles ?

5) …de lunes par rapport aux triangles ?

6) …de carrés par rapport aux cercles ?

7) …de cœurs par rapport aux étoiles ?

8) …de pentagones par rapport aux carrés ?



9) …de cercles par rapport aux carrés ?

10) …d'étoiles par rapport aux cercles ?

Exercice 2 : Dans chaque cas, remplir le blanc pour obtenir deux ratios égaux.

1) 18 : __ = 6 : 7	**6)** 9 : __ = 72 : 32	**11)** 2 : 4 = __ : 18	**16)** __ : 16 = 36 : 48
2) 20 : 16 = 5 : __	**7)** 10 : 15 = 6 : __	**12)** 1 : 2 = __ : 14	**17)** 9 : 4 = 45 : __
3) 2 : __ = 1 : 3	**8)** 10 : 40 = 16 : __	**13)** 8 : 3 = __ : 24	**18)** 2 : 4 = 4 : __
4) 36 : 28 = __ : 7	**9)** __ : 12 = 7 : 6	**14)** __ : 5 = 12 : 15	**19)** __ : 48 = 8 : 12
5) 8 : 48 = __ : 6	**10)** 5 : __ = 20 : 36	**15)** __ : 18 = 4 : 8	**20)** 2 : __ = 6 : 9

Exercice 3 : Simplifier les ratios.

1) 14 : 16 = ...	**6)** 9 : 3 = ...	**11)** 12 : 10 = ...	**16)** 35 : 21 = ...
2) 8 : 72 = ...	**7)** 42 : 24 = ...	**12)** 90 : 9 = ...	**17)** 12 : 32 = ...
3) 35 : 10 = ...	**8)** 16 : 24 = ...	**13)** 15 : 24 = ...	**18)** 70 : 50 = ...
4) 35 : 7 = ...	**9)** 27 : 36 = ...	**14)** 42 : 54 = ...	**19)** 63 : 90 = ...
5) 40 : 5 = ...	**10)** 9 : 21 = ...	**15)** 50 : 20 = ...	**20)** 18 : 81 = ...

Exercice 4 : Partager 10 € en deux parts selon le ratio 2 : 3.

Exercice 5 : Retrouver la quantité d'huile et de vinaigre pour 500 mL de vinaigrette réalisée dans le ratio 3 : 1.

Exercice 6 : Partager une masse de 1,2 kg en trois parts selon le ratio 1 : 2 : 3 pour une recette de cuisine.

Exercice 7 : Trois personnes se partagent 440 € dans le ratio 9 : 7 : 6.
Combien chacune aura-t-elle ?

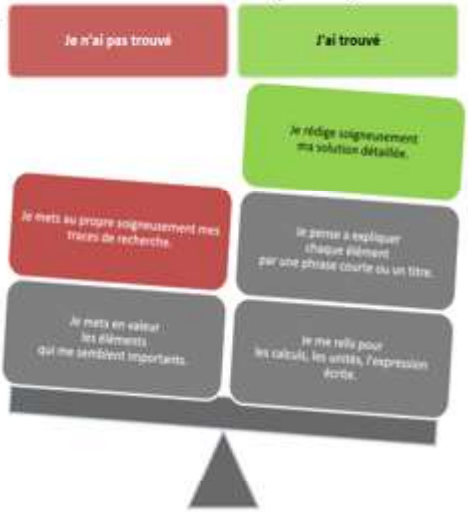
Guide pour tâche à prise d'initiative

1ère partie : ← Pas obligatoire.
Rédiger ou schématiser ce qui est compris.
← Sauter deux lignes.
2ème partie : ← De manière détaillée et soignée.
Rédiger un raisonnement en mobilisant des connaissances mathématiques.
← Sauter deux lignes.
3ème partie :
Rédiger une conclusion.

Il faut y penser…

- Calculs ou comparaisons tous écrits.
- Ne pas oublier les unités.
- 1 calcul, schéma ou figure ← 1 explication (titre, phrase ou commentaire)
- Conclure à la fin, pas au début ou au milieu.
- Aérer en sautant des lignes.
- Souligner l'important (titres, résultats…).
- Ne pas écrire en rouge (correcteur).
- Se relire et améliorer sa copie.
- Utiliser du blanc correcteur, une gomme.

Carte mentale pour apprendre à chercher…



NOM Prénom		Classe : 5°			
Chercher					
D4-1.1 Extraire, organiser les informations utiles et les transcrire dans un langage adapté		NA	DA	A	E
DA→2/4 nombres mentionnés	A→3/4 nombres mentionnés	E→4/4 nombres mentionnés			
Raisonner					
D4-1.2 Mettre en œuvre un raisonnement logique simple		NA	DA	A	E
DA→Une opération pertinente	A→Ratio posé ou division euclidienne posée	E→Partage parfaitement mené			
Calculer					
D1.3-1.2 Effectuer (…) des calculs engageant les quatre opérations…		NA	DA	A	E
DA→Un calcul correct	A→Deux calculs corrects	E→Tous calculs présents et corrects			
Communiquer					
D4-1.7 Communiquer sur ses démarches, ses résultats et ses choix, en argumentant.		NA	DA	A	E
DA→Au moins une conclusion ou explication	A→Explications et conclusions tous présents	E→Maths, français, forme.			

Cahier et calculatrice autorisés. Lecture préalable de l'énoncé avec le professeur 20 minutes

<u>Tâche à prise d'initiative :</u> Les pirates de Condorcet. (Brevet blanc – Janvier 2019)

Dans cette tâche à prise d'initiative, si le travail n'est pas terminé, laissez tout de même une trace des recherches. Elle sera prise en compte dans l'évaluation.

Trois pirates se partagent 5 960 pièces d'or.
Le terrible pirate Pagerie prend 10 pièces.
Ensuite, le redoutable pirate Giraud en prend 5.
Et enfin le féroce pirate Fabrègues en prend 2.
Ainsi se termine un tour de partage.

Ils recommencent ainsi des tours de partage jusqu'à ce qu'il n'y ait plus assez de pièces pour faire un tour de partage complet. S'il reste quelques pièces, superstitieux, ils les jetteront à la mer en offrande au dieu Neptune. Combien chaque personnage de cette petite histoire recevra-t-il de pièces ?

© Images de la carte mentale libres de droit : www.publicdomainfiles.com
© Images pirates libres de droit : ❶ et ❷ pixabay.com ; ❸ www.publicdomainfiles.com

Déroulement extrait du cahier de textes d'une classe

Séance 1
- Question flash
- Correction d'exercices sur le parallélogramme
- Questions, réponses à propos du prochain contrôle
- Distribution de la fiche d'activité à coller dans le cahier.
- Activité en débat (5 minutes)

Séance 2
- Question flash
- Activité en débat
- Trace écrite de l'activité
- Distributions des fiches de leçon et d'exercices à coller dans le cahier
- Lecture de la leçon : séance de question, réponses
- Accompagnement personnalisé pour la recherche des exercices
- Correction de l'exercice 1

Séance 3
- Question flash
- Accompagnement personnalisé pour la recherche des exercices (2...)
- Correction des exercices 2 à 3
- Accompagnement personnalisé pour la recherche individuelle dans les cahiers des exercices 3 et 4

Séance 4
- Question flash
- Correction de l'exercice 4 avec quatre méthodes différentes (trois proposées par les élèves et une proposée par le professeur) → Trace écrite exigée de chacune des méthodes.
- Accompagnement personnalisé pour la recherche des exercices 5 à 7

Séance 5
- Test de leçon (leçon d'un autre chapitre)
- Accompagnement personnalisé pour la recherche des exercices 5 à 7
- Correction des exercices 5 à 7
- Annonce de l'évaluation de tâche à prise d'initiative pour le cours suivant avec la recommandation de réviser la méthode choisie pour les exercices 4, 5, 6, 7 et d'amener une feuille de copie et la calculatrice

Séance 6
- Questions, réponses à propos de la projection au tableau des différentes aides qui seront présentes sur la feuille d'énoncé non encore distribuée (« Guide pour tâche à prise d'initiative » ; « Il faut y penser… » ; « Carte mentale pour apprendre à chercher » ; « Je n'ai pas trouvé. J'ai trouvé. »)
- Questions, réponses à propos de la grille d'évaluation projetée au tableau
- Questions, réponses à propos de la mention : « Dans cette tâche à prise d'initiative, si le travail n'est pas terminé, laissez tout de même une trace des recherches. Elle sera prise en compte dans l'évaluation. »
- Lecture préalable de l'énoncé projeté au tableau pour lever les problèmes de vocabulaire
- Distribution des sujets et passation
- Début échelonné des travaux sur le thème qui suivra

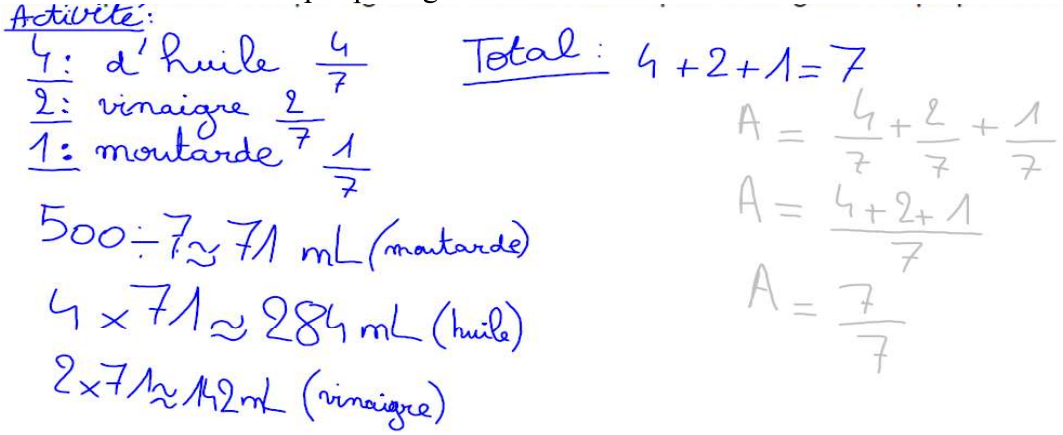
Compte rendu : Activité

Activité : Vinaigrette
Une vinaigrette de 500 mL est élaborée en respectant un ratio 4 : 2 : 1 d'huile, vinaigre et moutarde.
Quelle quantité de chaque ingrédient est nécessaire pour cette goûteuse préparation ?

© Images vinaigrier libre de droit : www.publicdomainfiles.com

L'activité ci-dessus a été soumise au débat (Cf. « Débat en classe dans la présente brochure). Dans les deux classes de 5ème, les fractions $\frac{4}{7}$; $\frac{2}{7}$; $\frac{1}{7}$ ont été proposées rapidement. Le fait qu'ils venaient de terminer un chapitre sur les fractions a certainement eu son influence.

Dans la copie d'écran présentée ci-dessous, on observe à gauche les propositions des élèves : les fractions et leur utilisation par passage à l'unité.



Les signes « = » ont été remplacés par des « ≈ » pour une trace écrite plus convenable. Les arrondis ont été réexpliqués au passage. Le professeur a fait rajouter l'addition qui donne 7 pour que tout soit explicite. De plus, il a fait rajouter l'addition sous forme fractionnaire en gris pour justifier que le partage est correctement modélisé par les trois fractions.

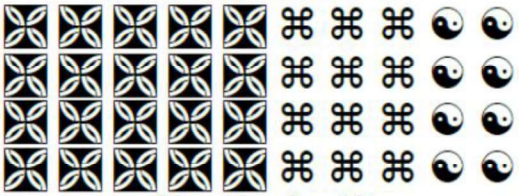
Compte rendu : Leçon

Une fois la fiche de lecture collée dans le cahier de leçon, le professeur a demandé aux élèves de lire la définition ❷ pour la mettre en relation avec l'activité précédente. On peut observer ci-dessous la mention rajoutée au tableau numérique sous le cadre de définition.

❷ Ratio avec trois nombres, noté a : b : c
On considère trois nombres entiers non nuls qu'on nomme a, b et c.
Si on partage une quantité en trois parts selon le ratio a : b : c, alors les parts sont en situation de proportionnalité avec a, b et c ; et réciproquement.

$$\frac{part\ 1}{a} = \frac{part\ 2}{b} = \frac{part\ 3}{c} = \frac{quantité}{a+b+c}$$

Exemple : les 40 motifs ci-dessous sont dans le ratio 5 : 3 : 2 .



$$\frac{20}{5} = \frac{12}{3} = \frac{8}{2} = \frac{40}{10}$$

$$\frac{\text{Huile}}{4} = \frac{\text{Vinaigre}}{2} = \frac{\text{Moutarde}}{1} = \frac{500}{7}$$

L'exemple de droite n'a amené aucune question supplémentaire.

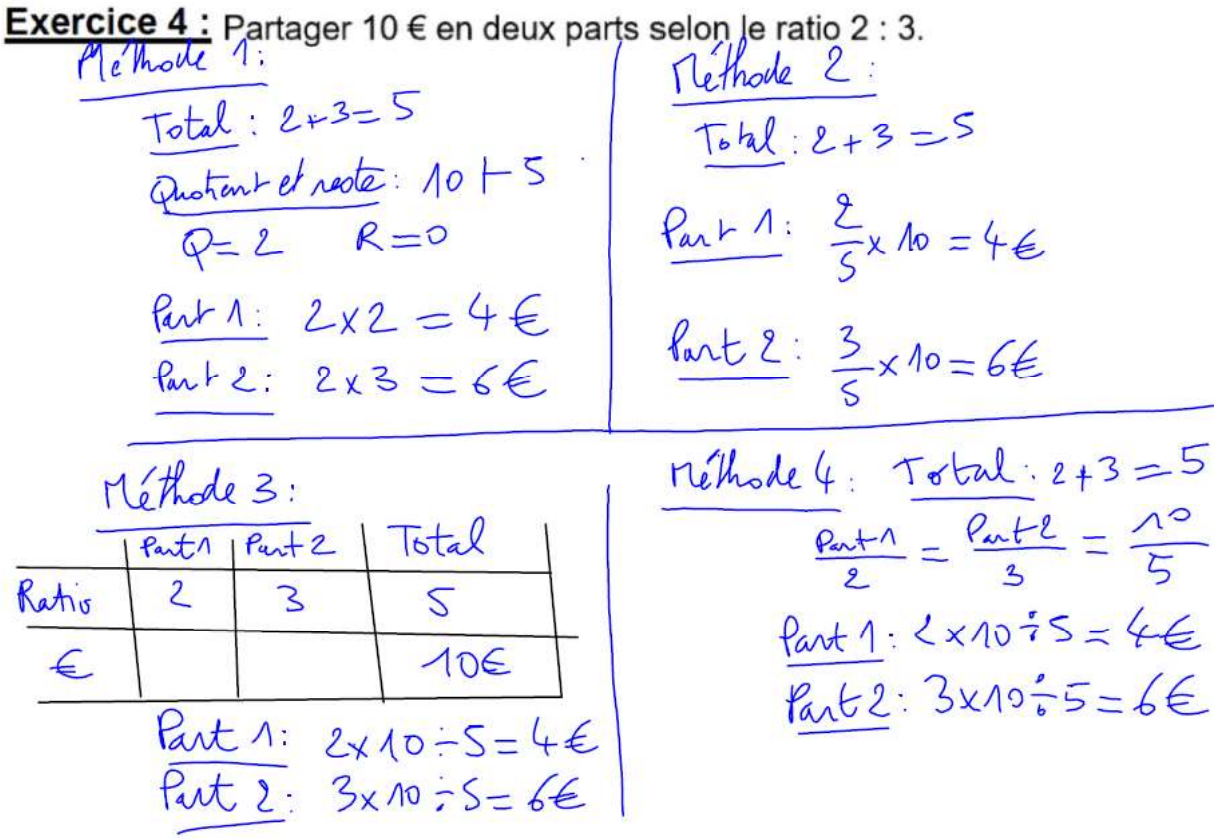
L'exemple final présente la méthode d'égalité de fractions pour traduire la proportionnalité. Il a été mis en perspective avec le procédé employé dans l'activité.

Il a ainsi été rappelé qu'on pouvait garder une certaine liberté de choix quand on maîtrise plusieurs façons de faire.

Compte rendu : Exercices

Les exercices 1 à 3 ont permis des séances fort plaisantes pour les élèves. Ils se sont succédé de manière volontaire pour compléter les égalités demandées. Le professeur a fait remarquer le parallèle entre ces exercices 2 et 3 et ceux portant sur les égalités de fractions ainsi que ceux concernant les situations de proportionnalité.

Pour l'exercice 4, le professeur a demandé aux élèves de rédiger une réponse personnelle complète sur leur cahier. Par la suite, il a été noté au tableau les différentes méthodes 1, 2 et 3 employées par les élèves. Comme aucun élève n'avait procédé selon l'exemple du cours, le professeur a rajouté la méthode 4.



Les élèves ont eu l'obligation pour cette fois, de prendre en correction ces quatre façons de faire.

Le professeur a ensuite mené un temps d'accompagnement personnalisé pendant lequel les élèves devaient rédiger les réponses des exercices 5 à 7 en choisissant leur méthode.

Compte rendu : Évaluation de tâche à prise d'initiative

La feuille d'énoncé n'a pas été distribuée immédiatement. Le professeur a annoncé que plusieurs parties de cette fiche allaient être projetées et commentées avant de passer dans un second temps à l'évaluation proprement dite.

Le haut du document comprend différentes aides méthodologiques : « Guide pour tâche à prise d'initiative » ; « Il faut y penser… » ; « Carte mentale pour apprendre à chercher » ; « Je n'ai pas trouvé. J'ai trouvé. ». Elles ont été commentées afin de sensibiliser une fois de plus sur les attentes implicites de ce genre d'évaluation.

Ensuite, la grille d'évaluation a été observée pour que chacun intègre bien comment sa copie serait considérée.

La mention « Dans cette tâche à prise d'initiative, si le travail n'est pas terminé, laissez tout de même une trace des recherches. Elle sera prise en compte dans l'évaluation. » a été lue. Il a été dit qu'elle résume les aides méthodologiques et les attentes en termes d'évaluation. Elle constitue donc un marqueur qui doit éveiller chez l'élève des attitudes préalablement préparées tout au long de sa scolarité.

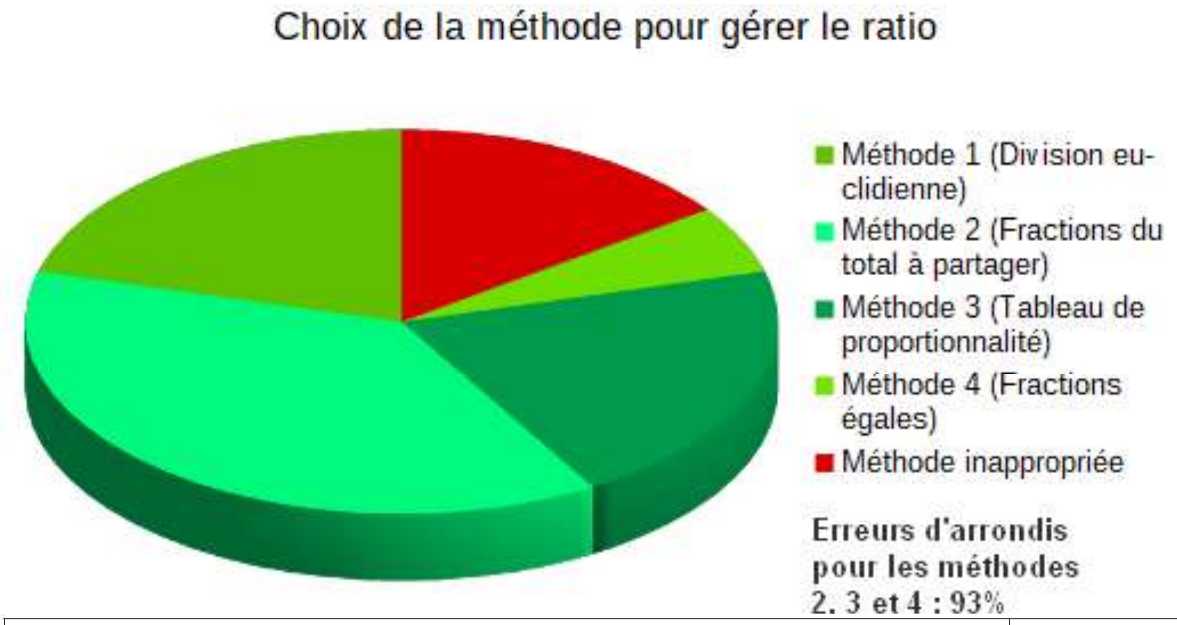
Avant la projection du texte d'énoncé « Les pirates de Condorcet », les règles suivantes ont été établies :

- Interdiction de communiquer entre élève.
- Droit de poser des questions de compréhension de texte le temps de la projection.
- Interdiction de poser des questions visant à obtenir une aide méthodologique.

Le sujet a été projeté et les problèmes de vocabulaire ont été levés.

La projection a alors cessé, le sujet a été distribué à chacun et l'évaluation écrite a pu se dérouler selon les règles habituelles de passation.

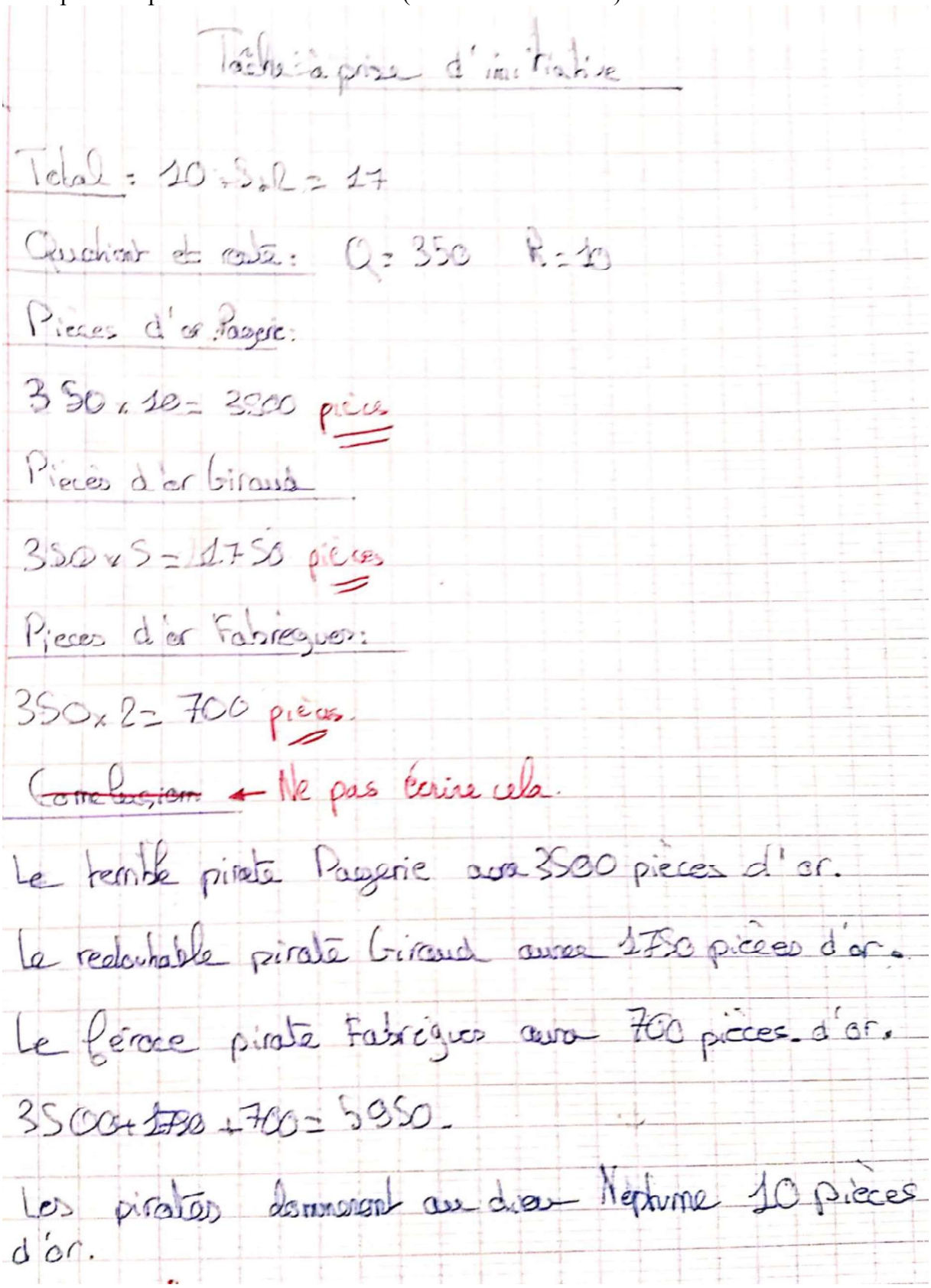
Après avoir corrigé les 53 copies rendues par les élèves de deux classes, le professeur a mené une petite étude statistique. Elle rend compte des choix des élèves et de leurs réussites.



Méthode 1 (Division euclidienne)		11
Méthode 2 (Fractions du total à partager)		20
Méthode 3 (Tableau de proportionnalité)		11
Méthode 4 (Fractions égales)		3
Méthode inappropriée		8
vert/rouge = mise en œuvre correcte/erronée	Effectif total	53

Il est à noter que le partage n'étant pas exact, la méthode 1 conduit à des résultats moins fins que les méthodes 2 à 4. Sur ces dernières méthodes, les élèves ont massivement commis des erreurs d'arrondis à l'unité.

Exemple de copie utilisant la méthode 1 (Division euclidienne)



Tâche : à prise d'initiative

Total : 10 + 3 + 2 = 17

Quotient et reste : Q = 350 R = 10

Pièces d'or Pasgerie :

350 × 10 = 3500 pièces

Pièces d'or Giraud

350 × 5 = 1750 pièces

Pièces d'or Fabrègues :

350 × 2 = 700 pièces.

~~Conclusion~~ ← Ne pas écrire cela.

Le terrible pirate Pasgerie aura 3500 pièces d'or.

Le redoutable pirate Giraud aurea 1750 pièces d'or.

Le féroce pirate Fabrègues aura 700 pièces d'or.

3500 + 1750 + 700 = 5950.

Les pirates donneront au dieu Neptune 10 pièces d'or.

Exemple de copie utilisant la méthode 2 (Fractions du total à partager)

Tâche à prise d'initiative

Total : 10+5+2 = 17 pièces

Le terrible pirate Pagerie : $\frac{10}{17} \times 5960 \approx 3506$ pièces

Le redoutable pirate Giraud : $\frac{5}{17} \times 5960 \approx 1753$ pièces

Le féroce pirate Fabrègues : $\frac{2}{17} \times 5960 \approx 701$ pièces

Total : 3506 + 1753 + 701 = 5960 pièces

Le terrible pirate Pagerie aura 3506 pièces, le redoutable pirate Giraud aura 1753 pièces, le féroce pirate Fabrègues aura 701 pièces et Neptune n'aura pas de pièces.

Exemple de copie utilisant la méthode 3 (Tableau de proportionnalité)

	Part 1	Part 2	Part 3	Total
Ratio	10	5	2	17
Pièces				5960

Part 1 : 10 × 5960 ÷ 17 ≈ 3506 pièces

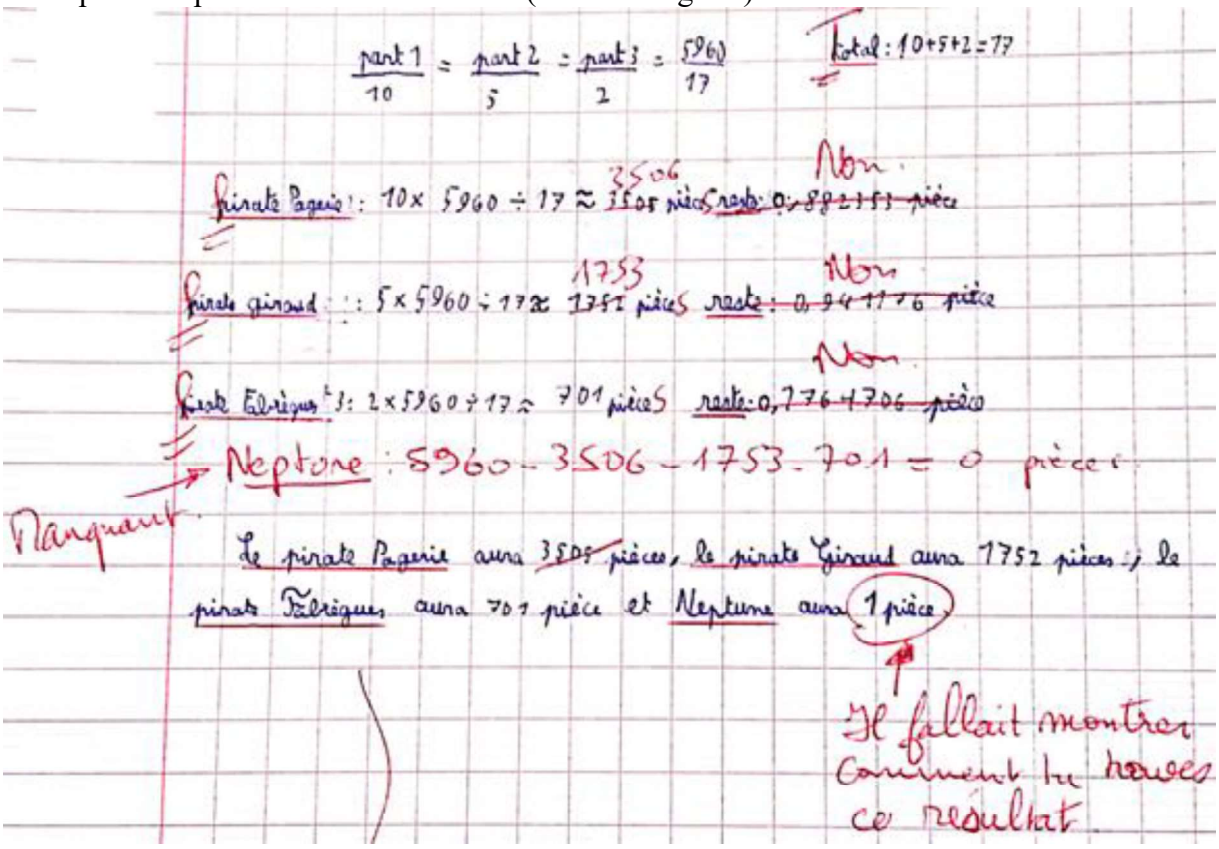
Part 2 : 5 × 5960 ÷ 17 ≈ 1753 pièces

Part 3 : 2 × 5960 ÷ 17 ≈ 701 pièces

Neptune : 5960 − 3506 − 1753 − 701 = 0 pièces

Le pirate Pagerie recevra 3506 pièces, le pirate Giraud recevra 1753 pièces et le pirate Fabrègues recevra 701 pièces. Et le Neptune aura 0 pièces.

Exemple de copie utilisant la méthode 4 (Fractions égales)



Remarque finale

Dans la progression annuelle, placer le ratio après les notions qui permettent la compréhension des différentes méthodes présente un intérêt certain. Ainsi les chapitres « Proportionnalité », « Division euclidienne et nombres premiers » et « Nombres en écriture fractionnaire » peuvent être étudiés au préalable. Mais il est également possible d'intégrer le ratio dans chacun de ces chapitres.

II – Le ratio en quatrième ou en troisième

Julie BERNARD
Professeure au collège JOLIOT CURIE (94)
Fontenay-sous-Bois
Niveau et durée : 4ème ou 3ème sur 6 séances.

Introduction

La notion de ratio est apparue dans le Bulletin officiel n° 30 du 26-7-2018.
Écrire un ratio entre deux ou trois quantités permet de les comparer, notamment lors d'exercices dans lesquels plusieurs entrent en jeu dans un même mélange. Le ratio permet de comparer les quantités directement entre elles, sans passer par une comparaison par rapport au tout. Cette comparaison est plutôt anglo-saxonne.
Les questions flash qui suivent proposent une progression dans l'appropriation de la notion et de la notation du ratio. Les élèves comprennent la notion de ratio et ses représentations sous forme de fractions ou bien de schémas (notamment avec une référence au « Bar model » ou modèle en barres).

Objectifs pédagogiques

Comprendre et se familiariser avec la notion de ratio, sa traduction et ses notations.
Partager une quantité (par exemple une somme d'argent) en deux ou trois parts selon un ratio donné.

Les consignes et la réalisation attendue

Ces questions flash sont proposées en début d'heure, comme activités de démarrage. Les élèves travaillent sur leur cahier. Une correction collégiale fait suite.

Dans les programmes

Compétences mathématiques principalement mobilisées
Ces activités permettent de développer en particulier les compétences mathématiques suivantes :

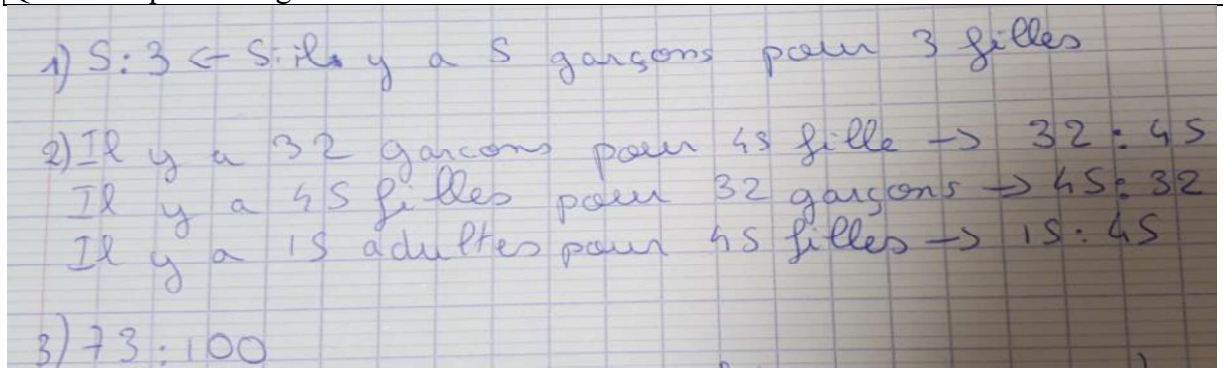
Représenter : l'élève mobilise la compétence « représenter » lorsqu'il se sert de schémas pour illustrer son raisonnement (modèle en barres ou en blocs)
Raisonner : l'élève mobilise la compétence « raisonner » lorsqu'il détaille les différentes étapes lui permettant d'expliquer son résultat ou lorsqu'il réfléchit aux raisonnements proposés par ses camarades.
Communiquer : l'élève mobilise la compétence « communiquer » lorsqu'il explique à la classe sa façon de résoudre l'exercice.

Compétences du socle mobilisées
Domaine 1 *: Les langages pour penser et communiquer*
L'élève parle, communique son raisonnement.
Domaine 2 *: Les méthodes et outils pour apprendre*
L'élève sait identifier un problème.
Domaine 3 *: La formation de la personne et du citoyen*
L'élève comprend et respecte les règles communes.
Domaine 4 *: Les systèmes naturels et les systèmes techniques*
L'élève pratique le calcul, mental et écrit, exact et approché, il estime et contrôle les résultats, notamment en utilisant les ordres de grandeur.

Déroulé
Une introduction rapide à la notion de ratio est faite aux élèves. Puis la diapositive n°1 est projetée.
Il y a 6 séances, les exercices proposent une familiarisation avec l'écriture du ratio et sa compréhension puis son utilisation dans diverses situations.

Séance n°1 :

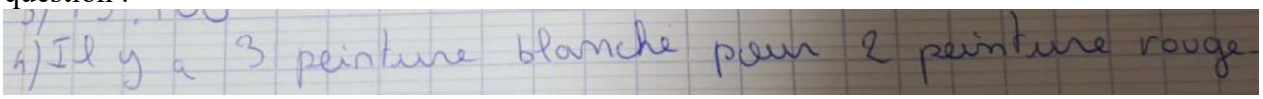
Question n°1 :
Une équipe mixte compte quatre fois plus de garçons que de filles.
Nous dirons que *le ratio* entre le nombre de garçons et le nombre de filles dans l'équipe est de 4 pour 1 et nous écrirons 4 : 1.
Nous lirons ceci comme « quatre garçons pour une fille ».
Comment écririez-vous qu'il y a cinq garçons pour trois filles dans une autre équipe ?
Question n°2 :
Dans le club de sport de Mathilde il y a 45 filles, 32 garçons et 15 adultes.
Dans quel ratio sont le nombre de garçons et le nombre de filles.
Dans quel ratio sont le nombre de filles et le nombre de garçons.
Dans quel ratio sont le nombre d'adultes et le nombre de filles.
Question n°3 :
À la cafétéria, 100 packs de lait ont été sortis pour le petit-déjeuner. À la fin du petit-déjeuner, il en restait 27.
Dans quel ratio sont les packs de lait utilisés et les packs de lait sortis ?
Question n°4 :
La peinture blanche et la peinture rouge sont dans un ratio 3 : 2 pour faire de la peinture rose.
Qu'est-ce que cela signifie ?

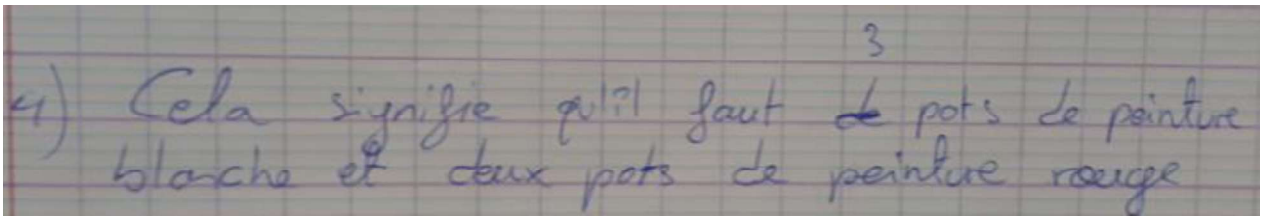


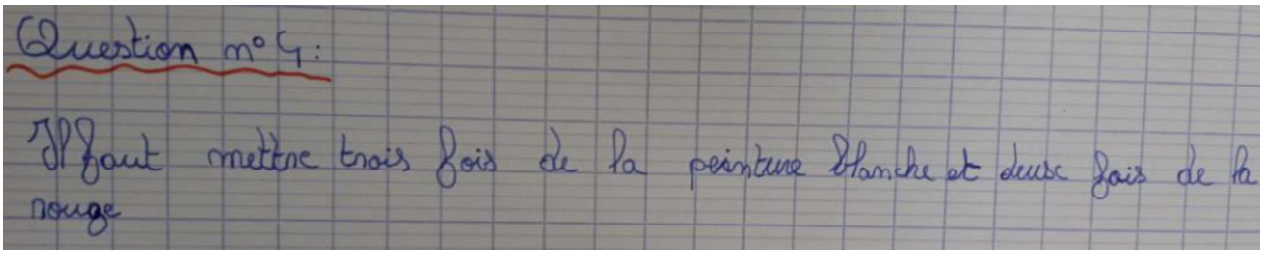
Bilan :

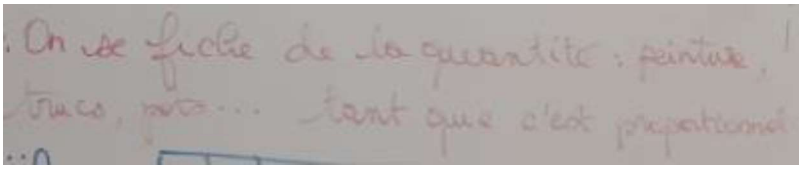
Le ratio permet de comparer entre elles des quantités. Pour comprendre un ratio donné, il faut qu'il soit accompagné d'explications sur les quantités qu'il représente. L'ordre des nombres est important, il correspond aux quantités que l'on compare, dans l'ordre dans lequel elles sont considérées.

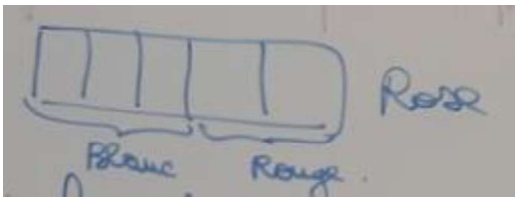
On peut aussi traduire un ratio de différentes façons, voici les réponses des élèves à la dernière question :



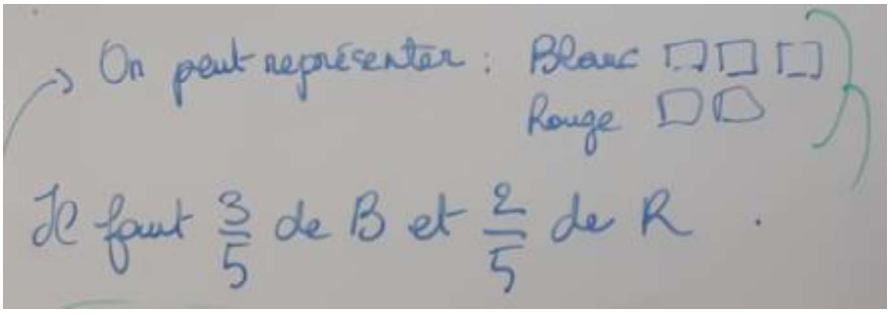


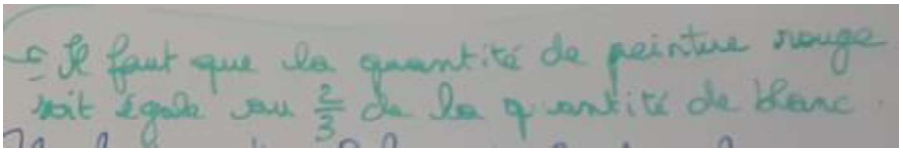


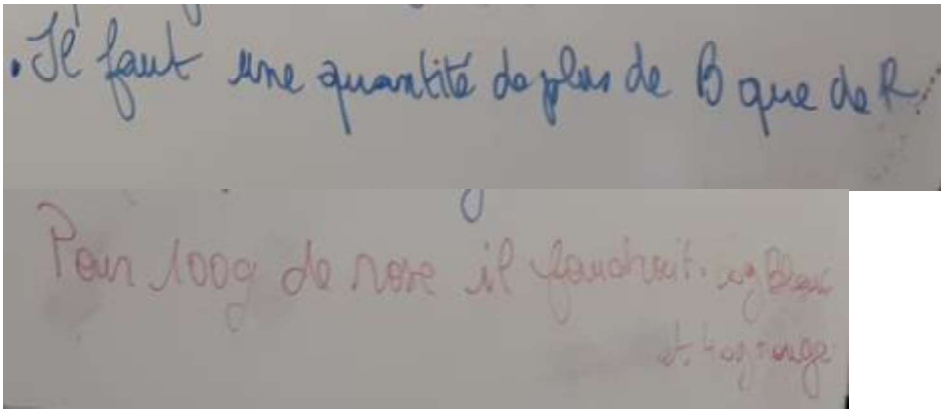


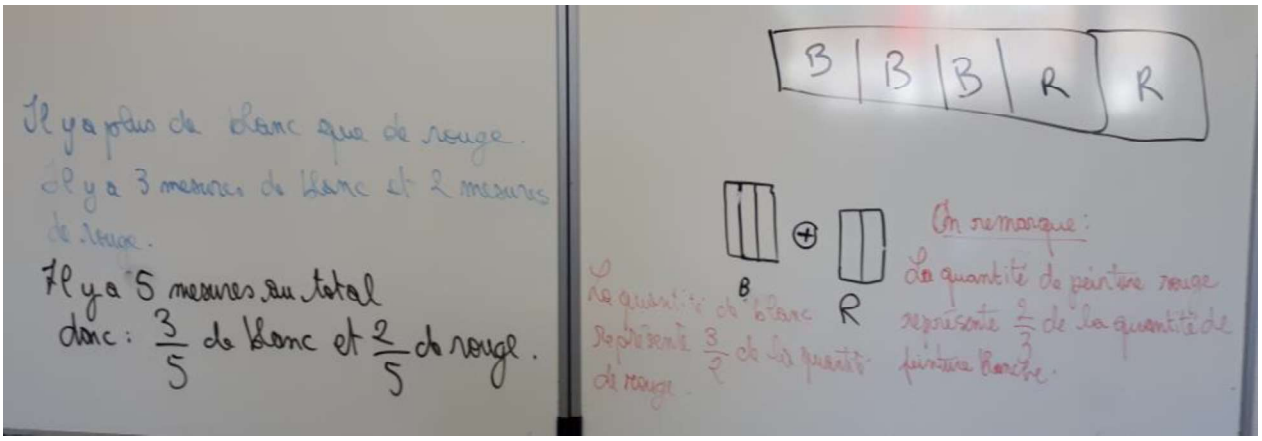


Suite à des représentations sous forme de barre partagée en 5, le modèle en blocs est alors présenté aux élèves :



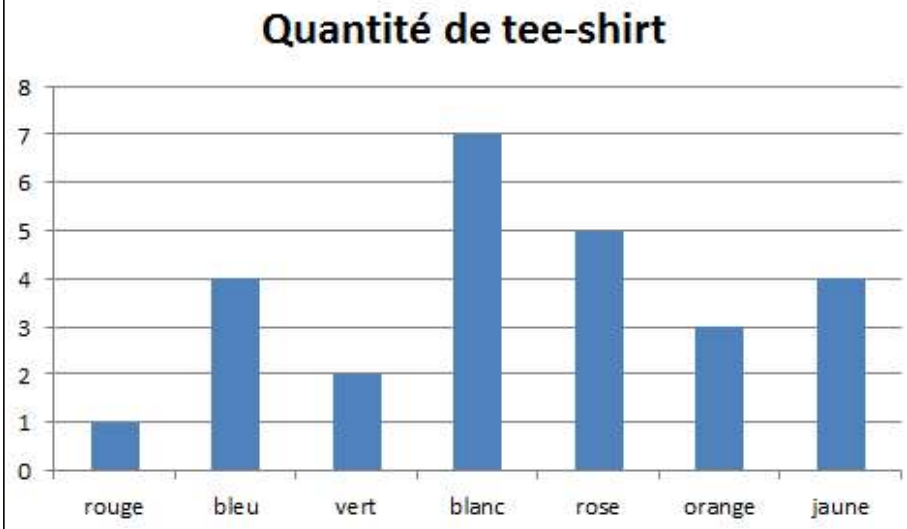






Séance n°2 :
Le but est de faire écrire aux élèves dans quel ratio sont deux quantités et de leur demander de le représenter à l'aide du modèle en blocs.

Enoncé :
Une société de fabrication de t-shirts a interrogé des adolescentes sur leur couleur de t-shirt préférée afin de guider les décisions de la société quant au nombre de t-shirts de chaque couleur à concevoir et à fabriquer.
Les résultats de l'enquête sont présentés ci-dessous :



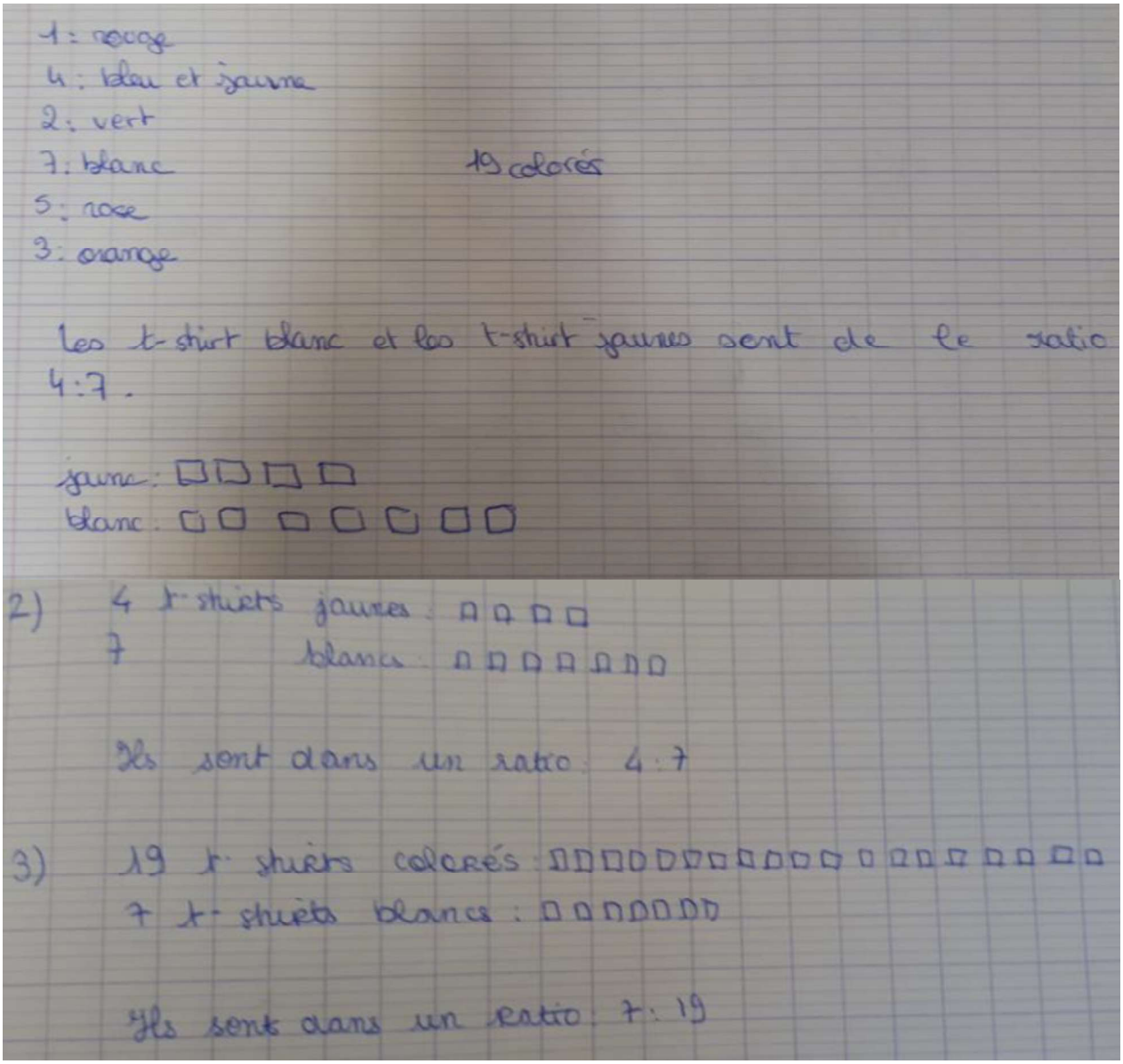
Question n°1 :
Pour 7 t-shirts blancs fabriqués, ils devraient fabriquer 4 t-shirts jaunes. Dans quel ratio sont le nombre de t-shirts blancs et le nombre de t-shirts jaunes ?
Comment peut-on le représenter ?

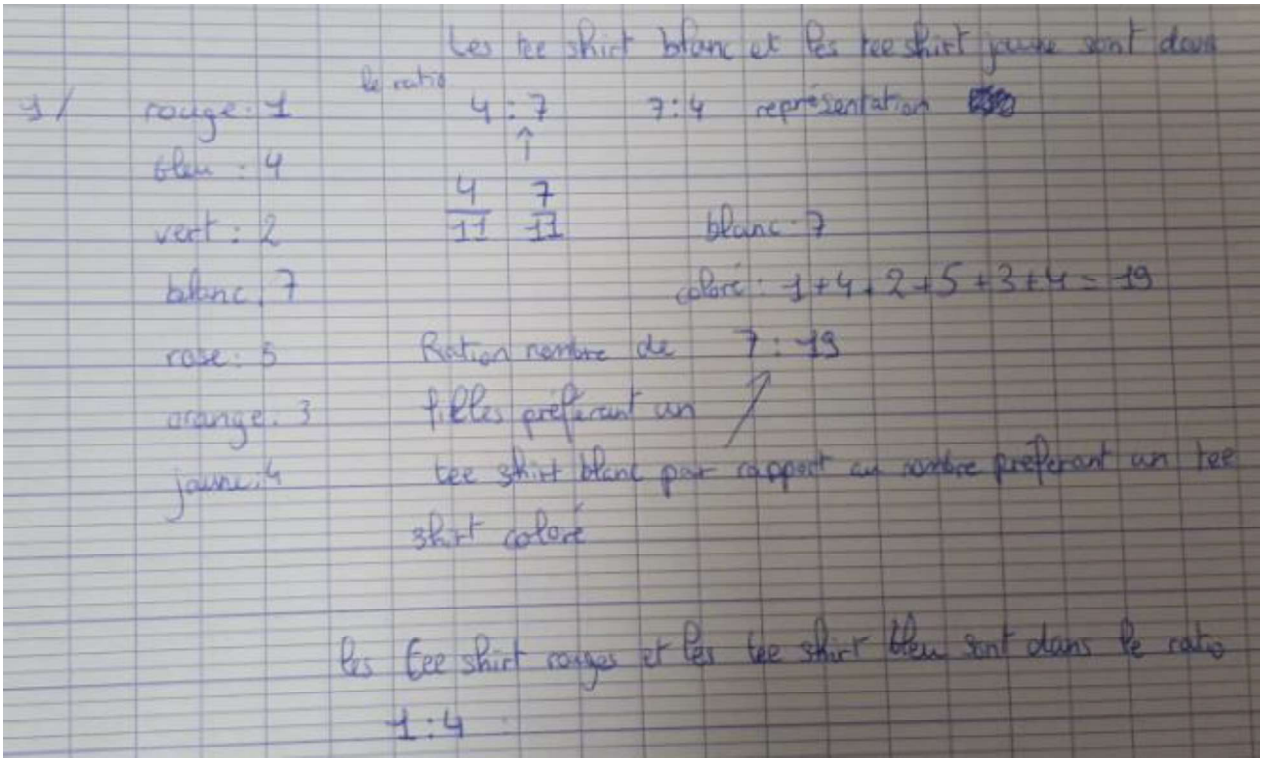
Question n°2 :
Pour 4 t-shirts jaunes fabriqués, ils devraient fabriquer 7 t-shirts blancs. Dans quel ratio sont le nombre de t-shirts jaunes et le nombre de t-shirts blancs ?
Comment peut-on le représenter ?

Question n°3 :
Dans quel ratio sont le nombre de filles qui préfèrent un t-shirt blanc et le nombre de filles qui préfèrent un t-shirt coloré?
Comment peut-on le représenter ?

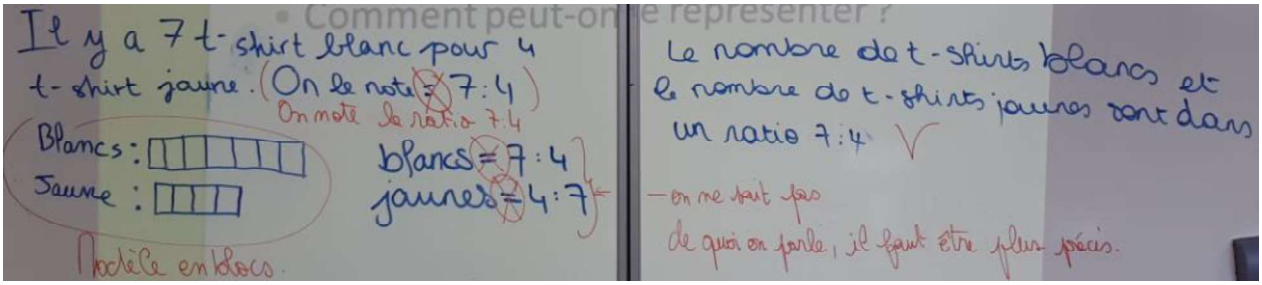
Question n°4 :
Pour chaque t-shirt rouge qu'ils fabriquent, ils doivent fabriquer 4 t-shirts bleus. Dans quel ratio sont le nombre de t-shirts rouges et le nombre de t-shirts bleus ?
Comment peut-on le représenter ?

Question n°5 :
Trois des 26 t-shirts qu'ils fabriquent devraient être en orange. Dans quel ratio sont le nombre de t-shirts orange et le nombre total de t-shirts ?
Comment peut-on le représenter ?





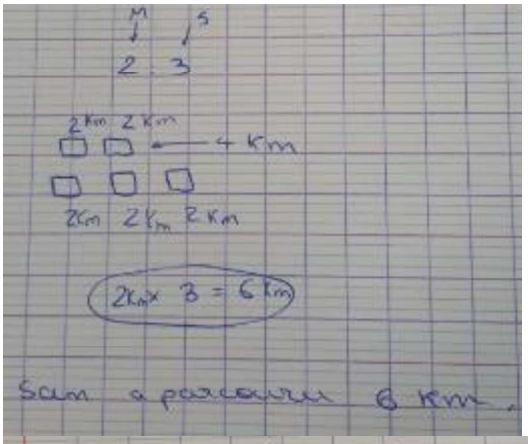
Bilan :
Nous travaillons sur les façons de répondre à la première question et l'utilisation des symboles, le sens des phrases. Les réponses de plusieurs élèves à la question n°1 sont inscrites au tableau et retravaillées avec l'ensemble des élèves pour mettre en évidence les attentes sur les copies :

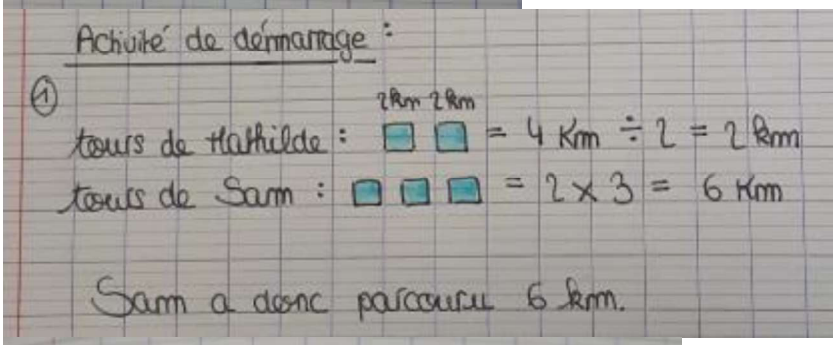


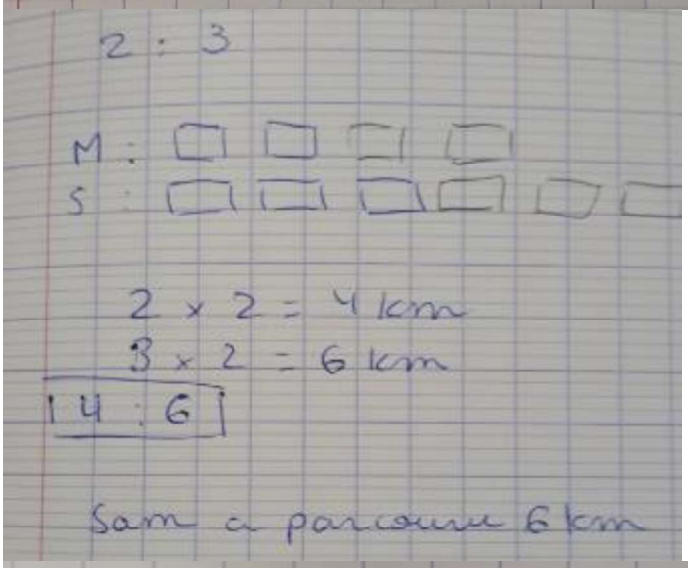
Séance n°3 :
Le but est de faire travailler les élèves à partir du modèle en blocs pour les plus fragiles, les élèves les plus à l'aise ont déjà leur propre façon de résoudre.
Le texte initial a été changé pour être rendu davantage compréhensible par les élèves.

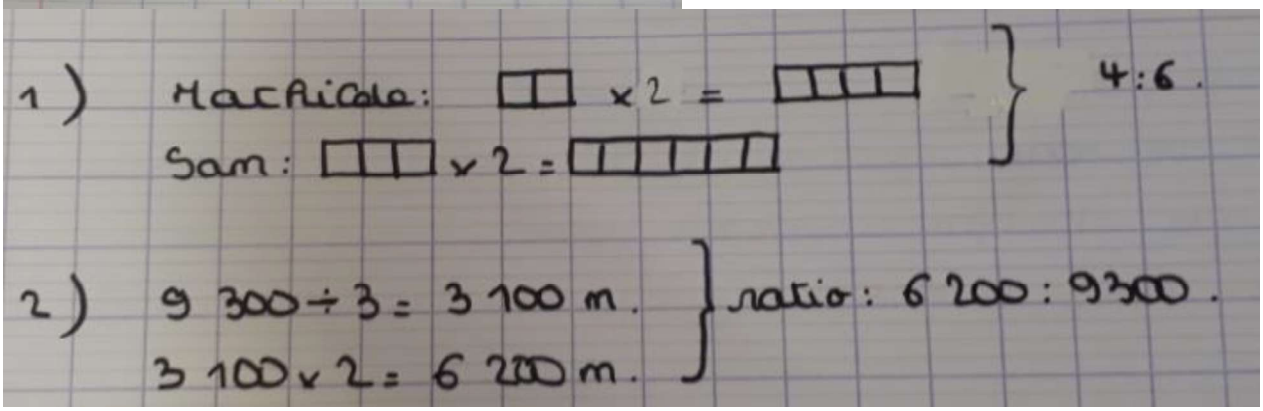
Question n°1 :
Mathilde et Sam ont couru pour s'entraîner.
Le ratio de la distance que Mathilde a couru pour la distance que Sam a couru était de 2 pour 3.
Si Mathilde a parcouru 4 km, quelle distance Sam a-t-il parcourue? Justifier votre réponse en représentant la situation.

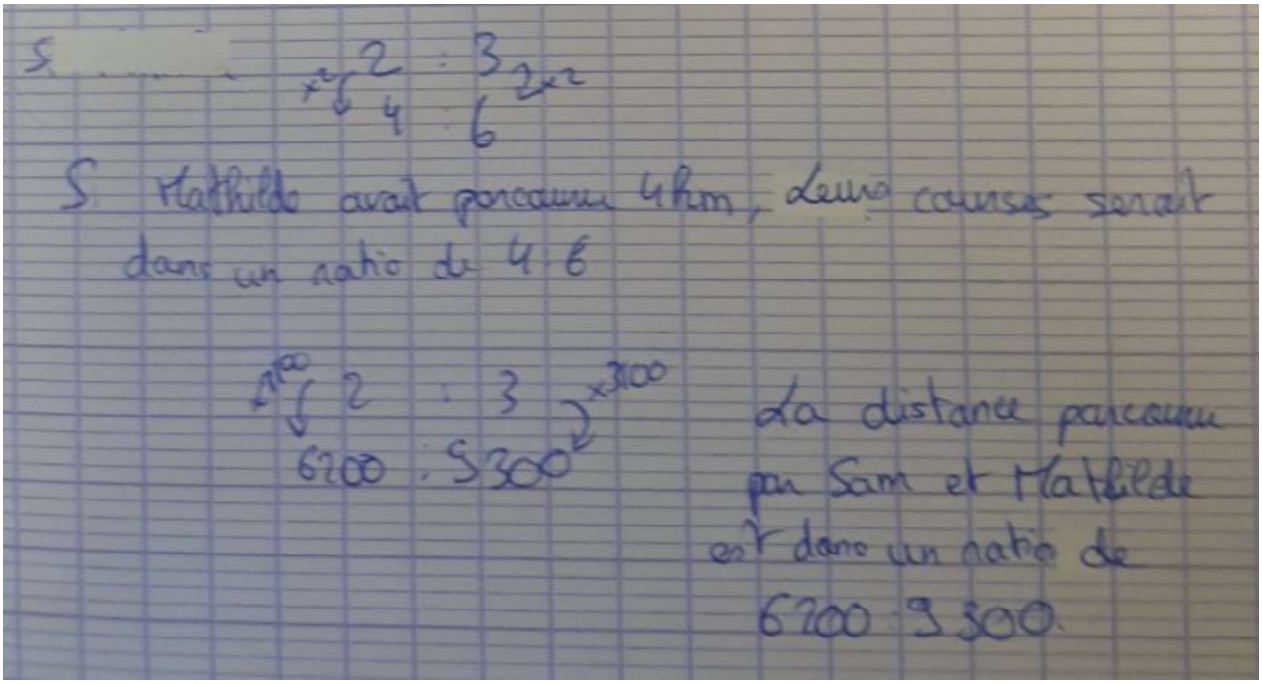
Question n°2 :
Si Sam a parcouru 9 300 mètres, quelle a été la distance parcourue par Mathilde ? Justifier votre réponse.


M
S
2 : 3
2km 2km
4 km
2km 2km 2km
2km x 3 = 6 km
Sam a parcouru 6 km.


Activité de démarrage :
1
2km 2km
tours de Mathilde : = 4 Km ÷ 2 = 2 km
tours de Sam : = 2 x 3 = 6 Km
Sam a donc parcouru 6 km.


2 : 3
M :
S :
2 x 2 = 4 km
3 x 2 = 6 km
4 : 6
Sam a parcouru 6 km


1) Mathilde: x 2 =
Sam: x 2 =
4:6.
2) 9 300 ÷ 3 = 3 100 m.
3 100 x 2 = 6 200 m.
ratio : 6 200 : 9300.



Les difficultés des élèves se situent dans la reconnaissance et la compréhension des situations de proportionnalité.

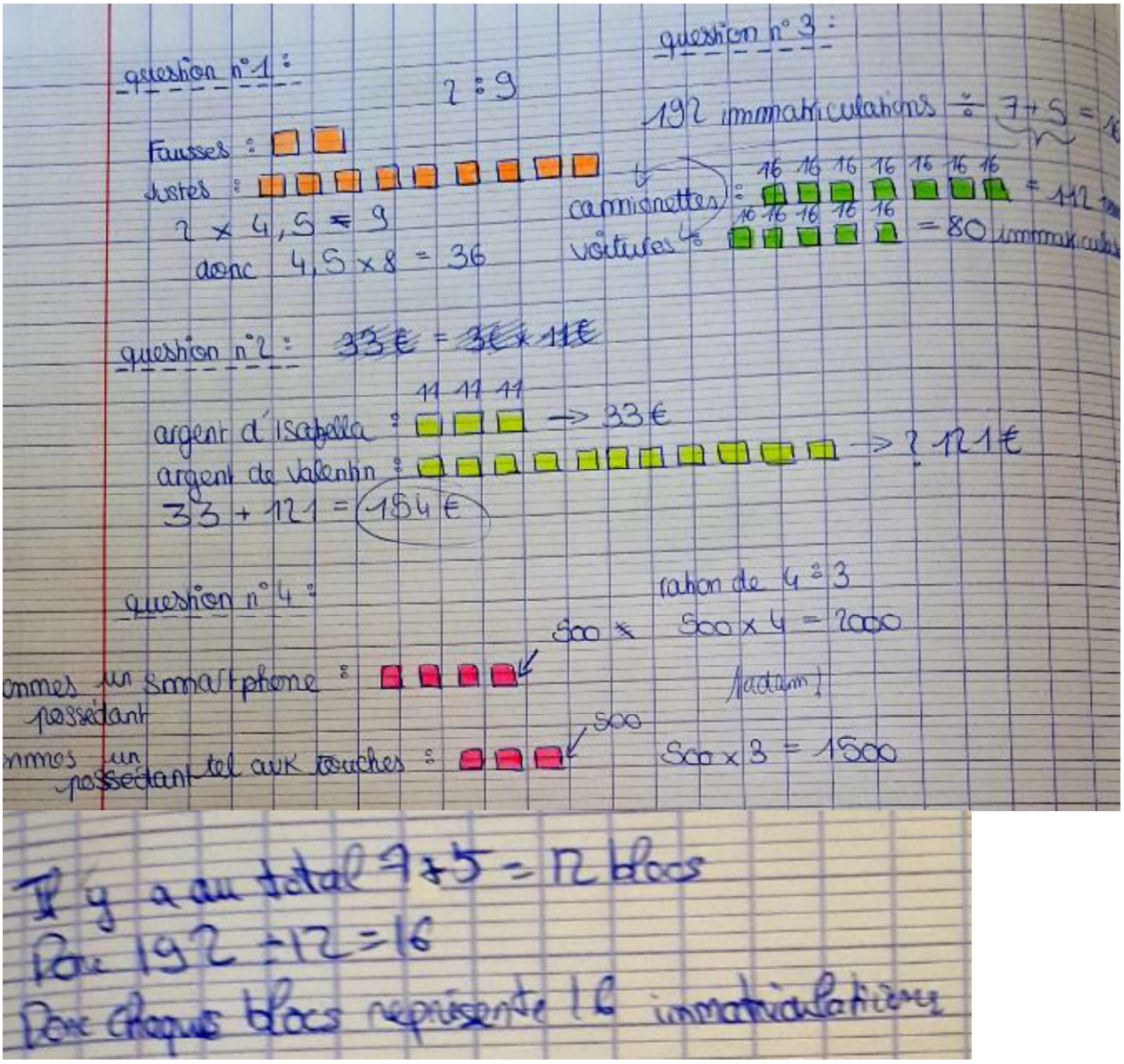
Séance n°4 :
Les exercices proposés permettent aux élèves de s'entraîner à utiliser le modèle en blocs. La question n°4 teste la compréhension de l'énoncé et son importance pour représenter correctement la situation et placer les informations utiles.

Question n°1 :
Lors d'un questionnaire à choix multiples, le ratio entre le nombre de réponses fausses et le nombre de réponse justes auxquelles a répondu Christian est de 2 : 9.
Si il a répondu faux à 8 questions, combien en a-t-il eu de juste?
Si il a répondu faux à 20 questions, combien en a-t-il eu de juste?
Dans ce dernier cas, combien y avait-il de questions?

Question n°2 :
Le ratio entre l'argent d'Isabella et celui de Valentin est de 3:11.
Isabella a 33€, combien d'argent ont Valentin et Isabella ensemble? Illustrer votre réponse.

Question n°3 :
Lors de l'achat d'une voiture, il faut l'immatriculer. Au mois d'août, 192 immatriculations au total ont été enregistrées pour des voitures et des camionnettes : 7 camionnettes ont été immatriculées pour 5 voitures immatriculées.
Combien de camionnettes puis combien de de voitures ont été immatriculés au mois d'août?
Vous illustrerez votre raisonnement.

Question n°4 :
Le ratio entre le nombre de personnes possédant un smartphone et le nombre de personnes possédant un téléphone à touches est de 4: 3.
Il y a en tout 500 personnes de plus qui possèdent un smartphone par rapport à ceux qui possèdent un téléphone à touches, combien de personnes possèdent chaque type de téléphone?
Vous représenterez la situation.

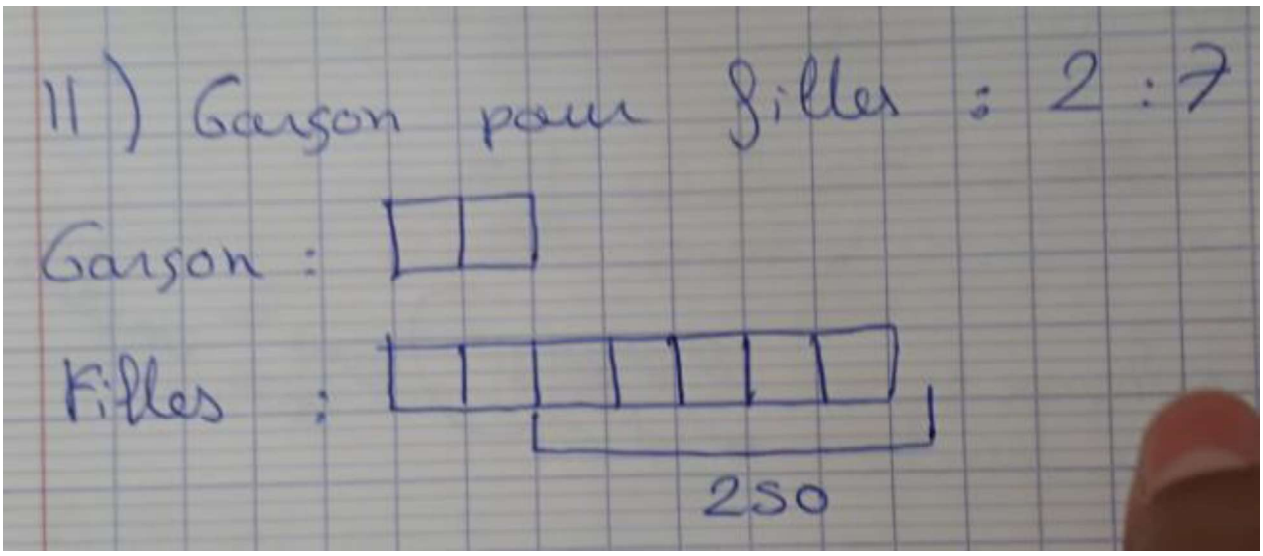


Séance n°5 :
Les exercices proposés permettent de faire un premier diagnostic et de réexpliquer la façon de les comprendre et de les résoudre.

Question n°1 :
Sammy et David vendaient des bouteilles d'eau pour amasser des fonds pour de nouveaux uniformes de football. Sammy a vendu 5 bouteilles d'eau pour 3 bouteilles d'eau vendues par David.
Ensemble, ils ont vendu 160 bouteilles d'eau. Combien chaque garçon a-t-il vendu de bouteilles d'eau ?

Question n°2 :
Lors d'un concert, le ratio du nombre de garçons pour le nombre de filles est de 2 : 7.
Il y a 250 filles de plus que de garçons, combien y a-t-il de garçons au concert ?

Question n°3 :
Maria prépare des biscuits. La recette nécessite 3 œufs pour 2 tasses de sucre. Pour avoir suffisamment de biscuits pour tous ses amis, Maria a déterminé qu'elle aurait besoin de 12 œufs.
Maria a-t-elle assez avec 6 tasses de sucre pour faire tous les biscuits ? Justifier votre réponse.

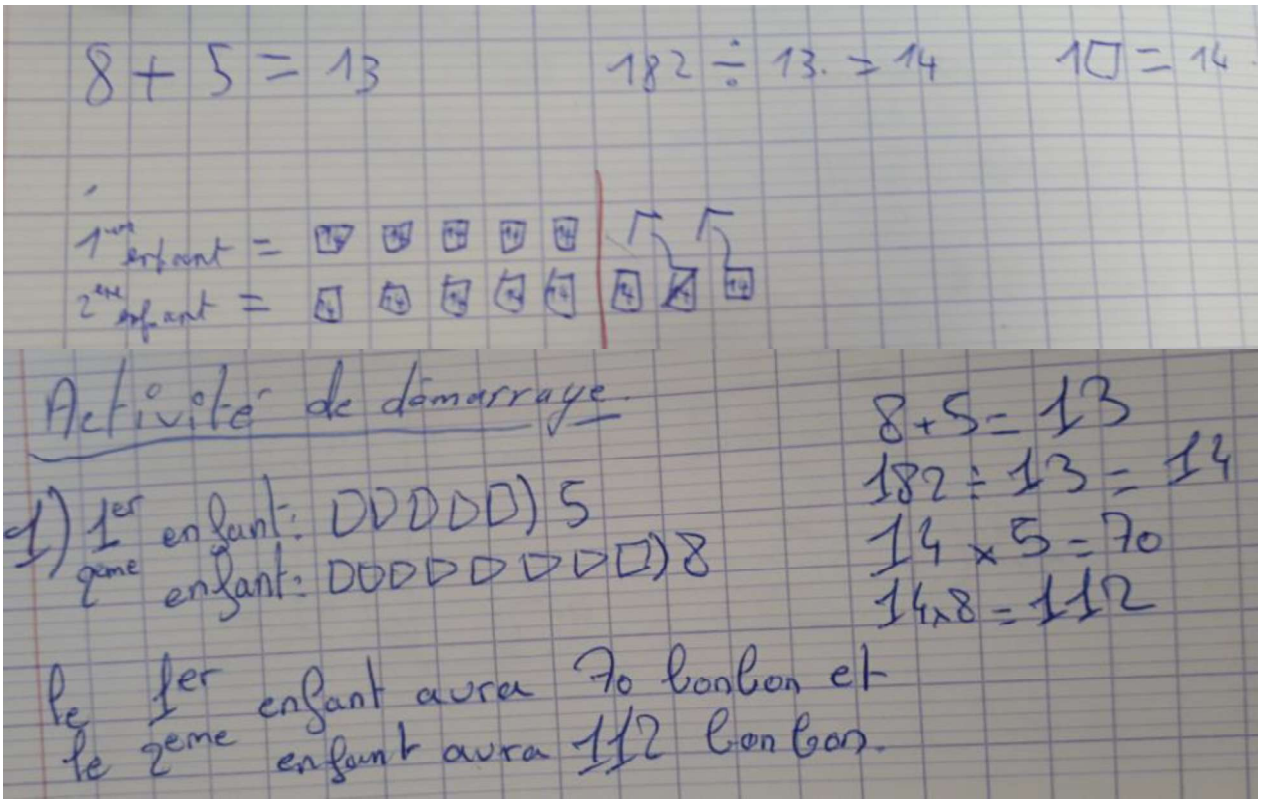


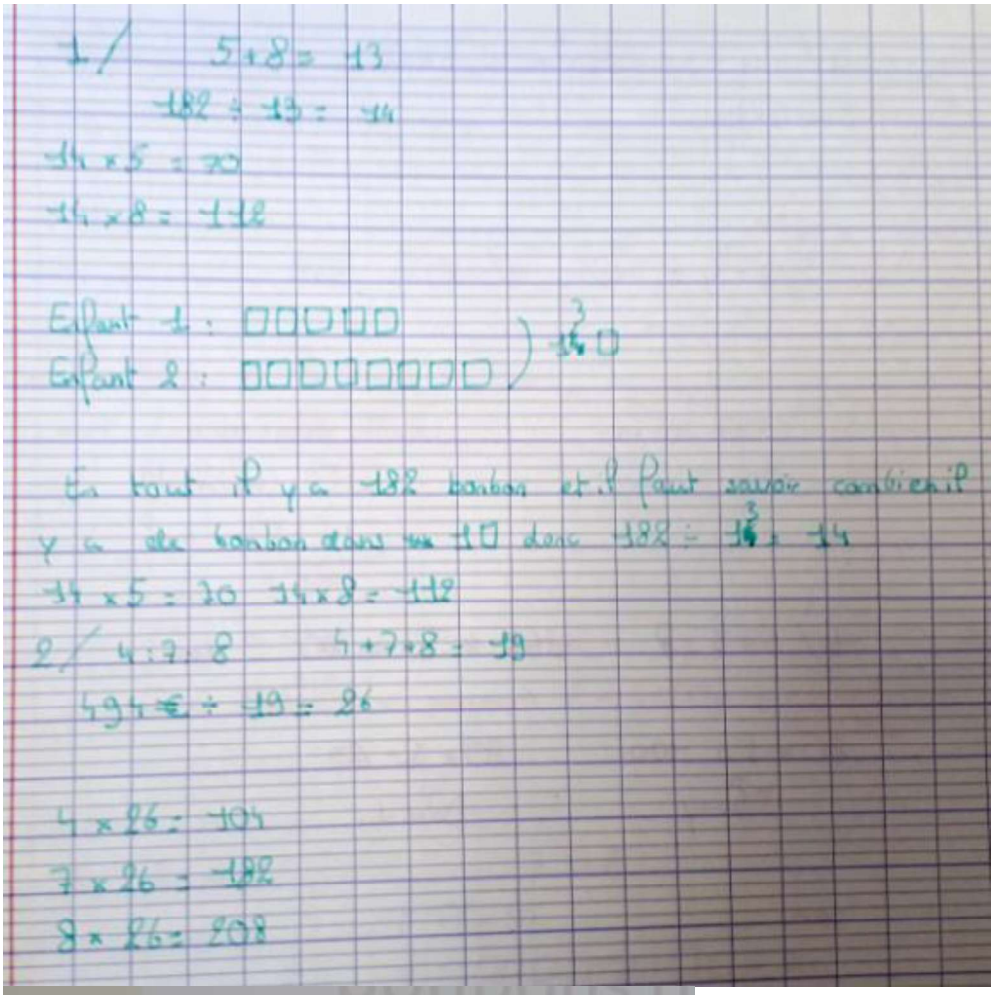
Séance n°6 :

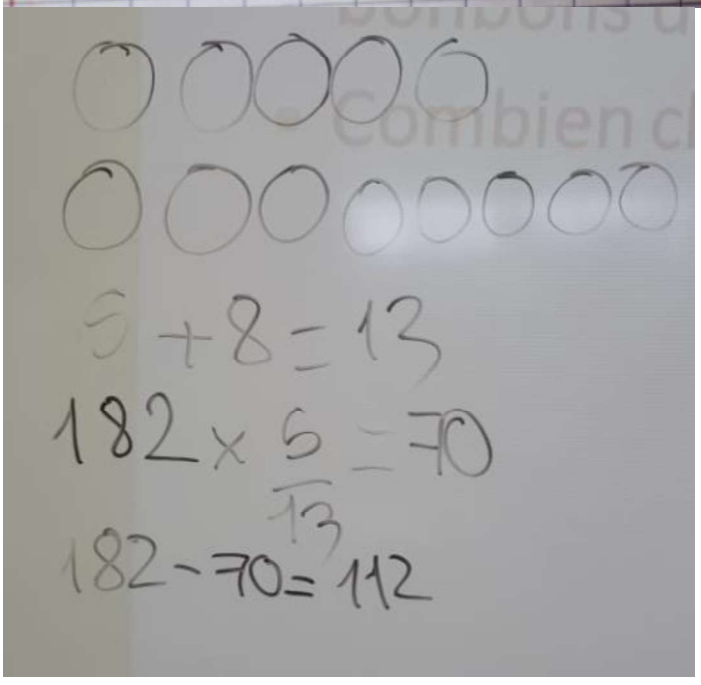
Question n°1 :
Deux enfants souhaitent se répartir 182 bonbons dans le ratio 5:8.
Combien chacun en aura-t-il?

Question n°2 :
Trois enfants souhaitent se répartir 494€ selon leur âge, dans le ratio 4:7:8.
Combien chacun d'eux va-t-il avoir ?
Justifier votre réponse à l'aide d'un modèle en blocs.

Ces deux exercices sont conformes au texte du programme et permettent aux élèves de partager une quantité dans un ratio donné.
À ce stade, seuls quelques élèves par classe ne mettent pas en place une démarche de résolution.



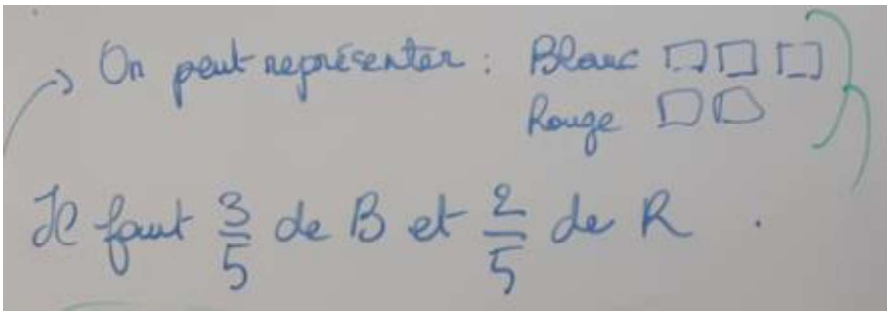




Analyse

Cette étude du ratio me paraît importante et pertinente dès le début du cycle 4. Elle nécessite de la part des élèves une compréhension de l'énoncé et de son lien avec le calcul du ratio. Le signe « : » étant nouveau, le travail sur les fractions est, dans un premier temps, caché aux élèves les plus en difficulté. Cela permet une résolution de problèmes par partage, les élèves contournent alors les difficultés qu'ils auraient pu rencontrer avec les fractions.

Au fil des séances, certains élèves veulent faire le lien avec l'écriture fractionnaire du ratio. Ce lien n'est pas explicitement au programme mais me semble pertinent pour anticiper les difficultés lors du calcul de pourcentage ou lors de la résolution d'exercices faisant appel aux fractions.



Bilan :

On considère des quantités A et B. On peut donc s'intéresser au ratio A : B ou bien au ratio B : A. Si de plus, ces quantités peuvent se mesurer dans une même unité alors on peut s'intéresser aux ratios A : (A+B) ou B : (A+B).

Exemple :

Pour obtenir de la peinture rose, il faut 3 volumes de peinture rouge pour 2 volumes de peinture blanche. Alors on peut dire :

La peinture rouge et la peinture blanche sont dans un ratio 3 : 2

La peinture blanche et la peinture rouge sont dans un ratio 2 : 3

La peinture rouge et la peinture rose sont dans le ratio 3 : 5

La peinture blanche et la peinture rose sont dans le ratio 2 : 5

Pour le ratio A : B, B≠0, la valeur du ratio est le quotient $\frac{A}{B}$

Lien entre ratio et pourcentage :

Exercice : Extrait du DNB Polynésie, juin 2009.

Pour la fête du cinéma, des prix spéciaux sont proposés au public.

Première partie Le tableau ci-dessous donne la répartition du nombre de spectateurs à la séance de midi, dans une salle de 325 places pendant la semaine du cinéma.

Jour	lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	samedi	dimanche
nombre de spectateurs	164	239	312	285	310	308	321

1. **Calculer le nombre moyen de spectateurs à la séance de midi pendant la semaine du cinéma.**
2. **Quel pourcentage du nombre total de places de la salle représentent les places occupées le mercredi ?**

Comment aider les élèves à répondre à la question : « Quel pourcentage du nombre total de places de la salle représentent les places occupées le mercredi ? »

En France on compare par rapport à un tout, il s'agit donc pour les élèves d'identifier ce « tout ». Ici, c'est le total des places.

Il s'agit en fait d'étudier le ratio des places occupées le mercredi pour le nombre total de places puis de le traduire à l'aide d'un ratio équivalent « pour cent ».

Il y a 312 places le mercredi pour 325 places,

soit un ratio de 312 : 325 = $\frac{312}{325}$ = 0,96 = $\frac{96}{100}$ = 96 : 100 = 96%

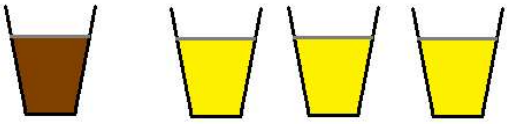
III – Une trace écrite de cours sur le ratio

Arnaud DAVIN
Professeur au collège Pierre SEMARD (93)
Drancy

On utilise parfois une autre manière pour parler de proportion.

Exemple : Dans une recette de vinaigrette, on met 1 verre de vinaigre pour 3 verres d'huile.

Proportion en Ratio	**Proportion en Fraction**
On **compare directement** les quantités.	On compare les quantités à la **quantité totale.**
Le ratio est noté 1 : 3 (lu 1 **pour** 3)	En tout, il y a 1 + 3 = 4 verres. Soit $\frac{1}{4}$ de vinaigre et $\frac{3}{4}$ d'huile.



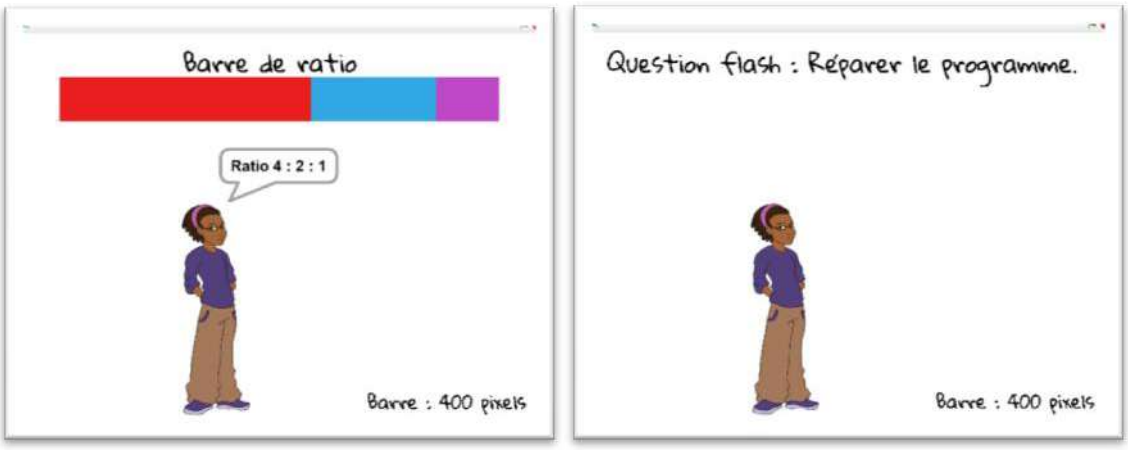
Remarques : Attention, **la notation** « : » du ratio ne signifie pas une division !
Ici, le ratio « 1 : 3 » ne donne pas lieu à $\frac{1}{3}$, mais plutôt à la fraction $\frac{1}{4}$ (part du vinaigre dans le total !).

Le ratio vinaigre pour huile est 1 : 3 et le ratio huile pour vinaigre est 3 : 1 (3 pour 1).

Exemple : On partage une masse de 1 200g de pommes en trois parts selon le ratio 1 : 3 : 2.
Cela signifie que la première personne prend 1 quantité, la deuxième en aura 3, et la troisième en aura 2.
On partage donc en 1 + 2 + 3 = 6 parts.
1 200 divisé par 6 donne 200g de pommes par part.
Le premier a 1 part, soit 200g de pommes.
Le deuxième a 3 parts, soit 200 × 3 = 600g.
Le troisième a deux parts, soit 200 × 2 = 400g
Vérification : on a bien au total 200 + 600 + 400 = 1 200g.

IV – Barre de ratio

Pascal FABRESGUES
Collège CONDORCET de Pontault-Combault (77)
Niveau : 5ème, 4ème, 3ème
Durée : 1 séance
pix 1.2. Gérer des données
pix 3.4. Programmer
pix 5.1. Résoudre des problèmes techniques



© scratch.mit.edu

Pour compléter les travaux déjà menés sur le ratio, une question flash revisite cette notion.
En amorce, un programme de dessin de barre de ratio est utilisé dans le but d'en remobiliser le concept. Il a été préalablement élaboré sous scratch. Il est parfaitement fonctionnel. Les élèves peuvent tester son exécution avec plusieurs triplets de nombres entiers.
Ensuite, les scripts de ce programme sont présentés dans une version non opérationnelle. Des blocs clés du point de vue calculatoire ou algorithmique ont en effet été retirés. La question flash consiste alors à réparer le programme pour qu'il remplisse à nouveau sa fonction.
Cette activité a été préparée pour un débat de classe entière (cf. « Débat en classe » dans la présente brochure). Proposée pour le rituel habituel d'entrée en classe, elle a cette fois occupé quasiment toute la séance.

Les élèves ont été amenés à :
- Examiner les différents scripts pour en comprendre les fonctionnements ;
- Retrouver sur une feuille de brouillon les calculs permettant de partager 400 pixels selon un ratio 4 : 2 : 1 ;
- Compléter le script de calcul avec les blocs appropriés qui correspondent à la recherche au brouillon ;
- Ajouter les blocs de variables nécessaires au bon fonctionnement du script de dessin.

Cette question flash a été testée avec deux classes de 5ème et également avec une classe de 3ème, environ un mois après avoir mené des travaux sur le ratio. Il faut noter que ces classes étaient déjà bien habituées à l'environnement scratch et avaient régulièrement été confrontées à des situations d'algorithmique. Les comportements observés ont été assez similaires si bien que le compte-rendu qui suit n'est quasiment pas différencié.

Programmes de mathématiques

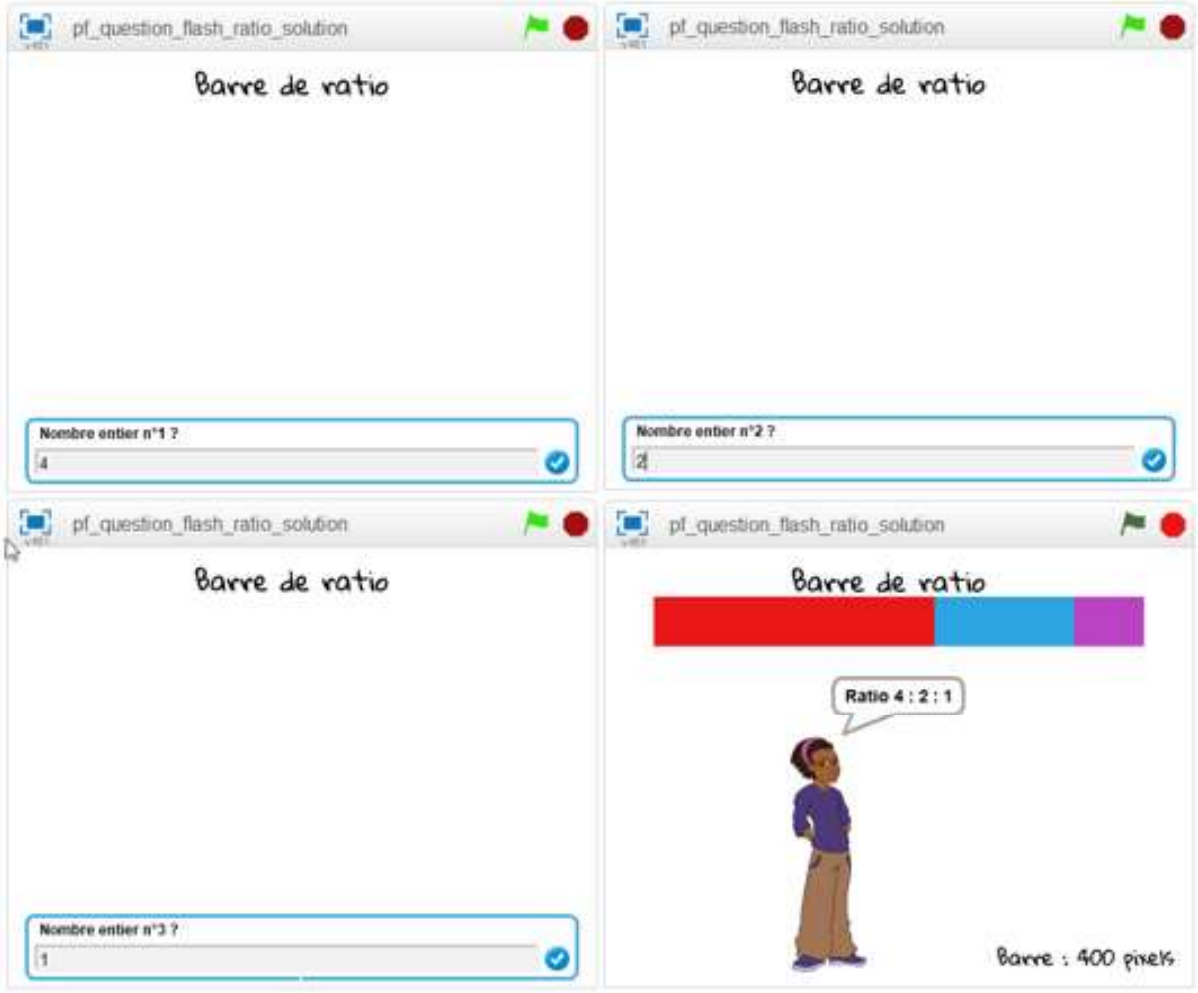
Extrait du bulletin officiel n° 30 du 26-7-2018

Résoudre des problèmes de proportionnalité
Connaissances ➢ Notion de ratio. Compétences associées ➢ Partager une quantité (par exemple une somme d'argent) en deux ou trois parts selon un ratio donné ;
Ecrire, mettre au point, exécuter un programme
Connaissances ➢ Notions d'algorithme et de programme ; ➢ Notion de variable informatique ; ➢ Déclenchement d'une action par un événement ; ➢ Séquences d'instructions, boucles, instructions conditionnelles. Compétences associées ➢ Écrire, mettre au point (tester, corriger) et exécuter un programme en réponse à un problème donné.

Repères de progression (classe de 5ème)

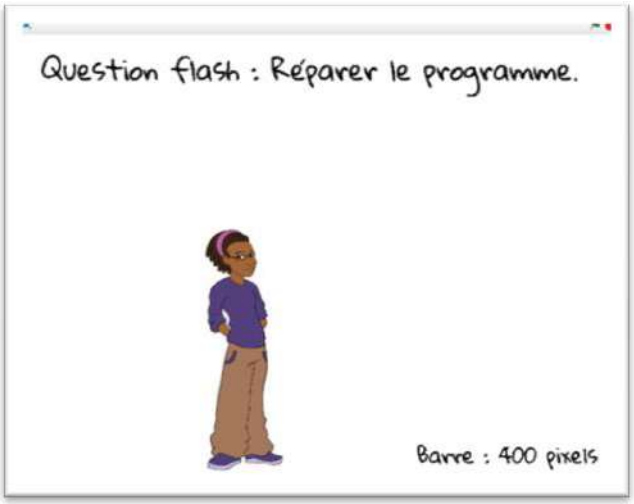
Proportionnalité
Les élèves sont confrontés à des situations relevant ou non de la proportionnalité. Des procédures variées (linéarité, passage par l'unité, coefficient de proportionnalité), déjà étudiées au cycle 3, permettent de résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité.
Attendus de fin d'année Résoudre des problèmes de proportionnalité Ce que sait faire l'élève • Il partage une quantité en deux ou trois parts selon un ratio donné. Exemples de réussite ♦ Il partage une masse de 1,2 kg en trois parts selon le ratio 1:2:3 pour une recette de cuisine.
Écrire, mettre au point, exécuter un programme
Les repères qui suivent indiquent une progressivité dans le niveau de complexité des activités relevant de ce thème. Certains élèves sont capables de réaliser des activités de troisième niveau dès le début du cycle.
3° niveau À un troisième niveau, l'utilisation simultanée de boucles « répéter … fois », et « répéter jusqu'à … » et d'instructions conditionnelles permet de réaliser des figures, des calculs et des déplacements plus complexes. L'écriture de plusieurs scripts fonctionnant en parallèle permet de gérer les interactions et de créer des jeux. La décomposition d'un problème en sous-problèmes et la traduction d'un sous-problème par la création d'un bloc-utilisateur contribuent au développement des compétences visées.

Déroulement de la phase d'amorce

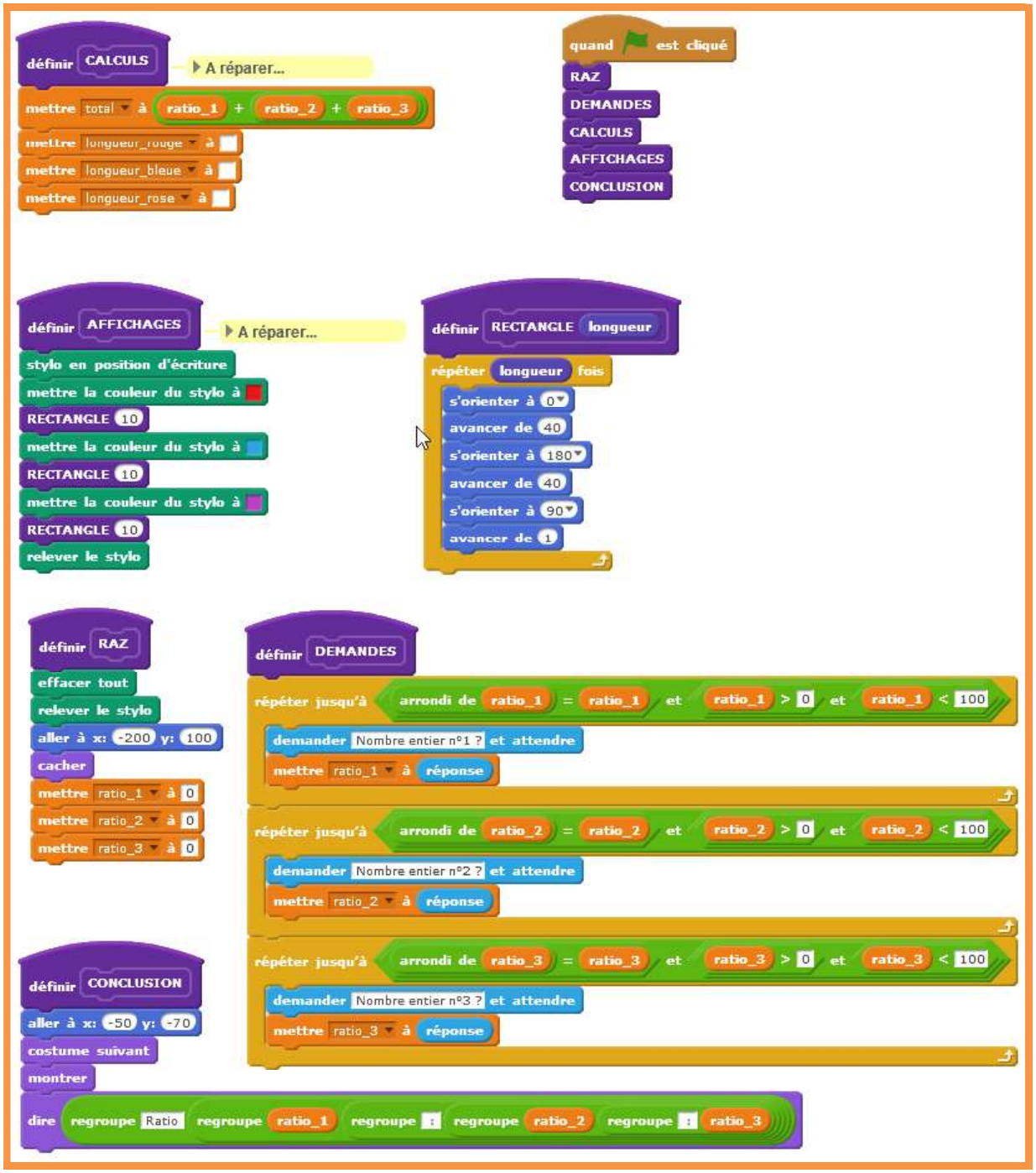


Après avoir cliqué sur le drapeau vert, les nombres du ratio choisi sont saisis. La barre de ratio correspondante est alors automatiquement dessinée à l'écran.
Plusieurs triplets d'entiers sont essayés et les élèves rappellent la proportionnalité entre les longueurs des rectangles colorés et les nombres du ratio.

Déroulement de la question flash



Voici les scripts présentés :

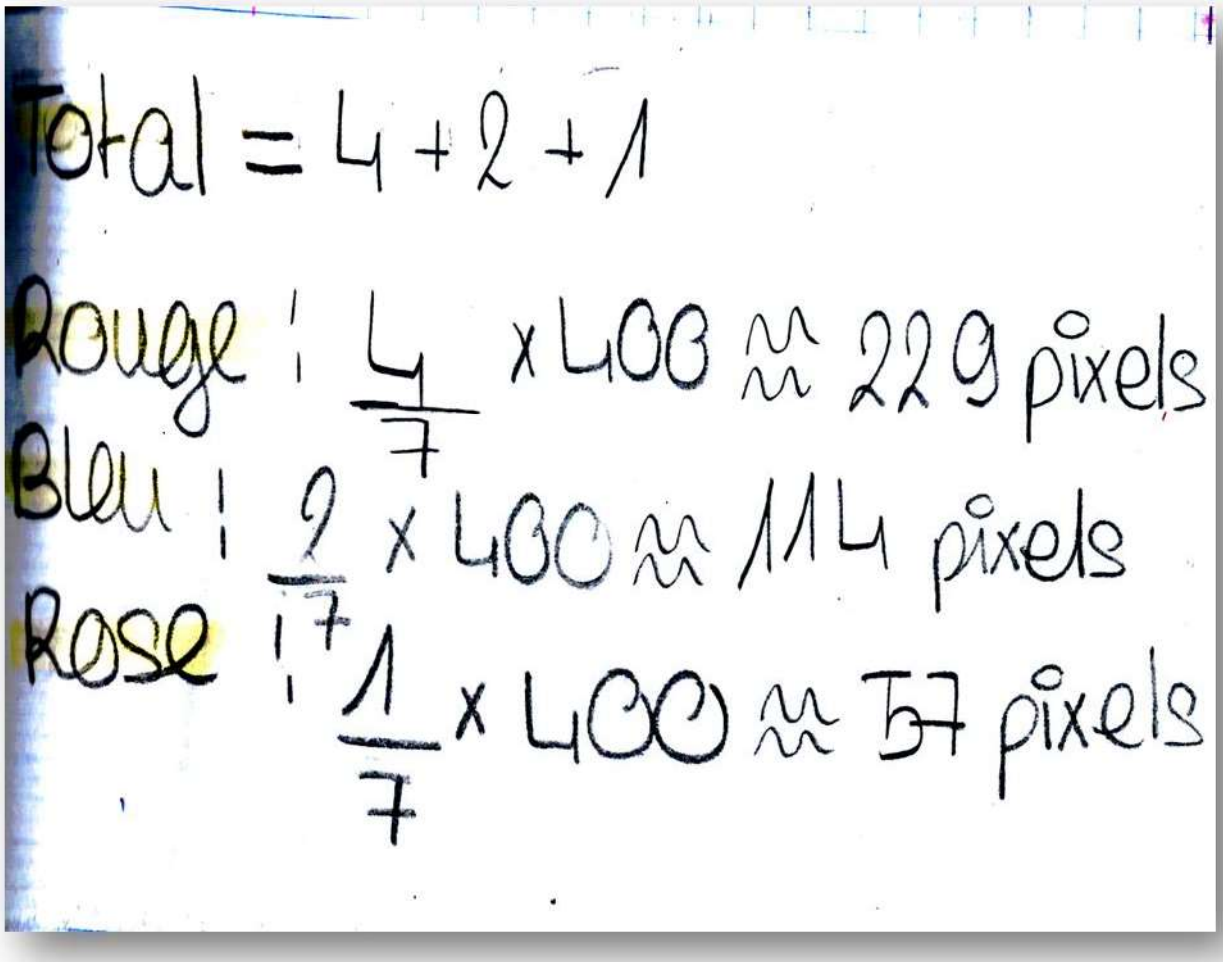


La phase de découverte du programme a été un peu laborieuse. Les élèves ont été un peu déroutés par la présence de tous ces scripts. Ils ont directement proposé des nombres plus ou moins farfelus dans les cases vides du script « CALCULS ». Il a fallu l'intervention du professeur pour qu'on aborde l'analyse en commençant bien par le script contenant le bloc

. L'examen de chacun des scripts

s'est ensuite enchaîné naturellement pour percevoir leurs utilités respectives mais sans entrer non plus dans le détail de leurs programmations.

La phase d'investigation a repris par des propositions à nouveau aléatoires et peu réfléchies pour les cases vides du bloc « CALCULS ». Le professeur a fait remarquer qu'avant de programmer les calculs dans scratch, encore fallait-il savoir exactement quels calculs on devait mettre en œuvre. Il a ajouté que plusieurs méthodes avaient déjà été étudiées lors de travaux précédents. Une trace écrite de ces méthodes devait être recherchée dans les pages précédentes du cahier, à défaut de s'en souvenir. Le professeur a demandé à chacun de rédiger sur une feuille de brouillon ou sur son cahier, les calculs nécessaires au partage de 400 pixels selon un ratio 4 : 2 : 1.
A noter qu'aucune classe n'a pensé jusque-là à utiliser l'information « Barre : 400 pixels ». Le professeur a rappelé le principe de repérage de l'écran de scratch (de -240 à +240 en abscisse soit 480 pixels horizontalement ; de -200 à +200 en ordonnée soit 400 pixels verticalement).
Ci-dessous un exemple de production d'élève :



Au bout de quelques minutes, le professeur a fait un tour de classe pour s'assurer que la totalité des élèves avait bien engagé, ou mieux, terminé la rédaction des calculs demandés.
La phase de réparation du script « CALCULS » a pu commencer. Le professeur a aidé de temps à autres les élèves à trouver les blocs nécessaires dans les zones Opérateurs et Données.

Mise à part une inversion de bloc : au lieu de changeant la priorité pour conduire à une longueur arrondie à zéro, les blocs de calculs ont été assez rapidement élaboré. La référence aux calculs préalablement rédigés au brouillon a été décisive. Les élèves ont apprécié la possibilité de dupliquer un ensemble de blocs déjà existants. Un script équivalent à celui présenté ci-dessous a été élaboré.

Les élèves ont ensuite proposé d'entrer en phase de test. Le drapeau vert a été cliqué, les nombres du ratio 4 : 2 : 1 ont été saisis. Malheureusement, le programme n'a dessiné qu'une petite barre portant les trois couleurs.

En activant l'affichage des variables , et sur l'écran d'exécution, le professeur a fait remarquer que l'ordinateur avait bien trouvé les mêmes valeurs que celles calculées auparavant par les élèves au brouillon. Cela validait ainsi le script « CALCULS ».

Restait à comprendre pourquoi la barre de ratio était trop petite et non proportionnelle aux nombres 4, 2 et 1. Il a alors été remarqué que le script « AFFICHAGES » n'avait pas encore été modifié. Son examen a permis de comprendre que la barre dessinée comportait 10 pixels de longueur rouge, 10 pixels de longueur bleue et 10 pixels de longueur rose pour un total de 30 pixels.

Les élèves ont peu tergiversé pour placer les variables longueur_rouge, longueur_bleue et longueur_rose au bon endroit. Cela a rapidement mené au script ci-dessous.

Le fait que le bloc rectangle soit défini avec un paramètre longueur n'a semble-t-il questionné aucun élève. Le professeur n'a fait aucun commentaire sur ce sujet en 5ème. En revanche, il a fait remarquer aux élèves de 3ème l'étonnante fonction informatique qui prend comme antécédent une longueur pour produire en image un dessin !

Une dernière phase de test a confirmé la bonne opérationnalité du programme tout entier.

Remarque finale :

Les élèves ont été sensibilisés à l'intérêt de décomposer en sous-programmes, ici « RAZ » ; « DEMANDES » ; « CALCULS » ; « AFFICHAGES » et « CONCLUSION ». Un projet informatique se découpe en plusieurs tâches qu'il vaut mieux penser dans des modules séparés.

Il a été également remarqué que la compréhension globale est facilitée par l'emploi de noms explicites, pour les scripts ainsi que pour les variables.

Fichiers joints sur le site académique

- pf_question_flash_ratio.sb2
- pf_question_flash_ratio_solution.sb2