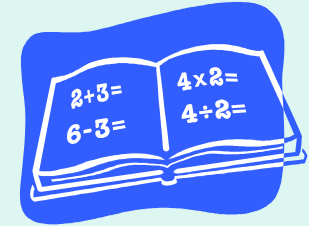




EXPRESSIONS ALGEBRIQUES



Sommaire

A) Objectifs de l'activité.

B) En pratique : l'activité.

- 1) Découverte des programmes de calcul et calculs à la main.
- 2) Vérification de la conjecture à la calculatrice.
- 3) Démonstrations

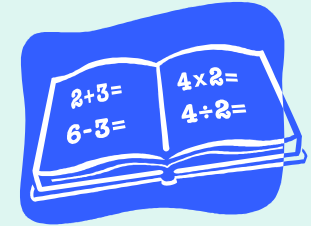
C) Déroulement possible de l'activité.

D) Compléments-logiciels.

E) Bilan des compétences de l'activité.



EXPRESSIONS ALGEBRIQUES

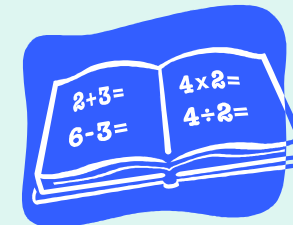


A) Objectifs de l'activité :

- Réinvestir les savoirs du collège en calcul et introduire le calcul sur les expressions algébriques en classe de 2nde ;
- Découvrir le langage algorithmique ;
- Programmer la calculatrice pour confirmer une conjecture ;
- Montrer l'égalité de deux expressions ;
- Communiquer à l'oral.



EXPRESSIONS ALGEBRIQUES

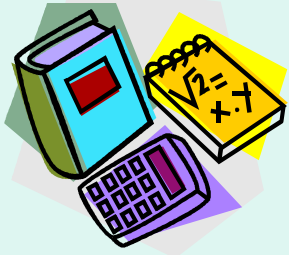


B) En pratique :

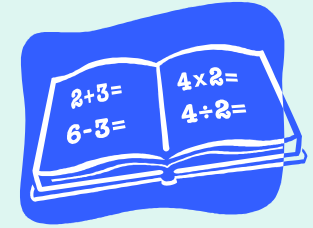
Programme ①	Programme ②	Programme ③
Choisir un nombre ; Elever le nombre choisi au carré ; Multiplier le nombre choisi par (-4) ; Ajouter les deux résultats et 3 ; Afficher le résultat.	Choisir un nombre ; Soustraire 1 au nombre choisi ; Soustraire 3 au nombre choisi ; Multiplier les deux résultats ; Afficher le résultat.	Choisir un nombre ; Lui soustraire 2 ; Elever au carré ; Soustraire 1 ; Afficher le résultat.

1) A la main : on calcule les images de 2, de 3 et -1.

$ \begin{array}{l} 2 \xrightarrow{\text{carré}} 4 \\ \quad \searrow \xrightarrow{x(-4)} -8 \\ \left. \begin{array}{l} 4 \\ -8 \\ 3 \end{array} \right\} \xrightarrow{+} -1 \end{array} $	$ \begin{array}{l} 2 \xrightarrow{-1} 1 \\ \quad \searrow \xrightarrow{-3} -1 \\ \left. \begin{array}{l} 1 \\ -1 \end{array} \right\} \xrightarrow{\times} -1 \end{array} $	$ 2 \xrightarrow{-2} 0 \xrightarrow{\text{carré}} 0 \xrightarrow{-1} -1 $
--	---	---



EXPRESSIONS ALGEBRIQUES



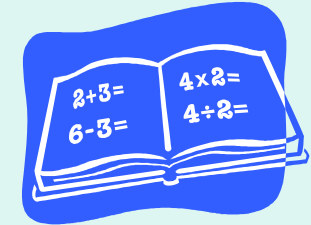
Un constat : les programmes donnent le même résultat sur les entrées 2, 3 et -1.

Une conjecture : les programmes donnent le même résultat sur n'importe quelle entrée.

Il faut vérifier la conjecture.



EXPRESSIONS ALGEBRIQUES

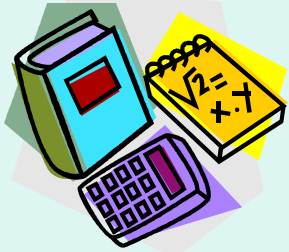


2) A la calculatrice : pour programmer, on a besoin de transcrire le langage « naturel » en langage « algorithmique ».

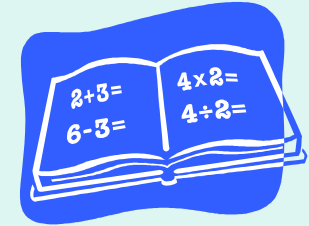
Algorithme ①	Algorithme ②	Algorithme ③
Entrer(x) ; $a \leftarrow x^2$; $b \leftarrow (-4) \times x$; $c \leftarrow a + b + 3$; Afficher(c) ;	Entrer(x) ; $a \leftarrow x - 1$; $b \leftarrow x - 3$; $c \leftarrow a \times b$; Afficher(c) ;	Entrer(x) ; $a \leftarrow x - 2$; $b \leftarrow a^2$; $c \leftarrow b - 1$; Afficher(c) ;

CASIO	TEXAS
$? \rightarrow X \leftarrow$ $X^2 \rightarrow A \leftarrow$ $(-4) \times X \rightarrow B \leftarrow$ $A + B + 3 \rightarrow C \leftarrow$ $C \downarrow$	Prompt X $X^2 \rightarrow A$ $(-4) * X \rightarrow B$ $A + B + 3 \rightarrow C$ Disp C

La conjecture est confirmée.



EXPRESSIONS ALGEBRIQUES



3) Démonstration dans le cas général : il faut utiliser le calcul algébrique et déterminer l'expression définie par chaque programme.

$$f_1(x) = x^2 - 4x + 3$$

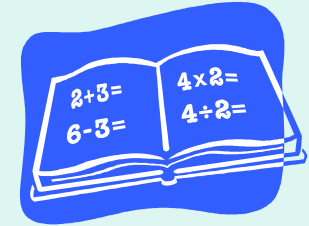
$$f_2(x) = (x - 1)(x - 3)$$

$$f_3(x) = (x - 2)^2 - 1$$

On développe, on factorise.



EXPRESSIONS ALGEBRIQUES



C) Déroulement possible de l'activité

- en module (1h) :

la conjecture et la programmation de la calculatrice ;

- à la maison : écriture des programmes et tests de la conjecture ;

- en module (1h) :

correction vidéo-projetée (présentation de *Scratch*) ;

démonstrations de la conjecture ;

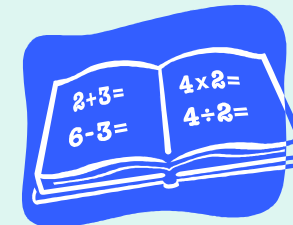
présentation de *Xcas*

(obtention des expressions algébriques et vérification des calculs).

- en devoir maison : recherche et prises d'initiative (la partie B).



EXPRESSIONS ALGEBRIQUES



Copies d'élèves :

Algorithme A:

? \rightarrow X d
X - 1 \rightarrow A d
X - 2 \rightarrow B d
A \div B \rightarrow C d
C \blacktriangleleft

pour $x = 3$; $c = 2$
pour $x = 4$; $c = 1,5$
pour $x = 5$; $c = 1,33$
pour $x = 6$; $c = 1,25$

Remarque: Pour $x = 1$
et pour $x = 2$, la
calculatrice affiche "erreur"
car un nombre ne peut
être divisé par 0.

Algorithme B:

? \rightarrow X d
X - 1 \rightarrow A d
1 \div A \rightarrow B d
B + 1 \rightarrow C d
C \blacktriangleleft

pour $x = 3$; $c = 1,5$
pour $x = 4$; $c = 1,33$
pour $x = 5$; $c = 1,25$
pour $x = 6$; $c = 1,2$

Remarque: Pour $x = 1$,
la calculatrice affiche
"erreur" car un nombre
ne peut être divisé par 0.

Algorithme C:

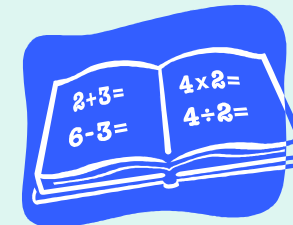
? \rightarrow X d
X - 2 \rightarrow A d
1 \div A \rightarrow B d
B + 1 \rightarrow C d
C \blacktriangleleft

pour $x = 3$; $c = 2$
pour $x = 4$; $c = 1,5$
pour $x = 5$; $c = 1,33$
pour $x = 6$; $c = 1,25$

Remarque: Pour $x = 2$, la
calculatrice affiche "erreur"
car un nombre ne peut
être divisé par 0.



EXPRESSIONS ALGEBRIQUES



Copies d'élèves :

	1	3	4	9	7	1
Alg A	0	2	1,5	1,14285143	1,2	1,
Alg B	/	1,5	1,333...	1,125	1,166...	1
Alg C	0	2	1,5	1,142857143	1,2	1,
Alg D	/	0,5	0,666...	0,875	0,833...	0
Alg E	/	1,5	1,333...	1,125	1,666...	

Alg A = Alg C
Alg B = Alg E

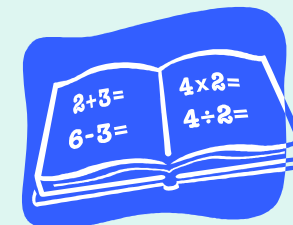
L'algorithme A est identique à l'algorithme C.
Exemple: quand je rentre dans la calculatrice le chiffre 6 dans l'algorithme A le nombre qui est affiché est 1,25 et lorsque je rentre le chiffre 6 dans l'algorithme C le nombre qui est affiché est 1,25.
J'ai recommencé avec un autre chiffre qui est 3 dans l'algorithme A et le nombre affiché est 2 et avec l'algorithme C quand je rentre le chiffre 3 le nombre affiché est 2.

L'Algorithme B est identique à l'algorithme E.
Exemple: quand je rentre dans la calculatrice le chiffre 6 dans l'algorithme B le nombre qui est affiché est 1,2 et lorsque je rentre le chiffre 6 dans l'algorithme E le chiffre qui s'affiche est 1,2 également.
J'ai recommencé avec un autre chiffre qui est 3 dans l'algorithme et le nombre affiché est 1,5 et avec l'algorithme E quand je rentre le chiffre 3 le nombre affiché est 1,5.

L'Algorithme D n'a aucune valeurs similaire avec les Algorithmes A, B, C et E.



EXPRESSIONS ALGEBRIQUES



Copies d'élèves :

Valuers de x	-6	2,5	3	0,3	-3,5	1,6	118
Algorithm A	0,875	3	2	0,41	0,81	-1,5	1,0
Algorithm B	0,86	1,67	1,5	-0,43	0,78	2,67	1,0
Algorithm C	0,875	3	2	0,41	0,81	-1,5	1,0
Algorithm D	1,14	0,33	0,5	2,43	1,22	-0,67	0,1
Algorithm E	0,86	1,67	1,5	-0,43	0,78	2,67	1,0

D'après la calculatrice.

$$f_A(\text{Algorithme A}) = f_C(\text{Algorithme C})$$

$$f_A(x) = \frac{x-1}{x-2} \quad f_C(x) = \frac{1}{x-2} + 1$$

$$= \frac{1}{x-2} + \frac{x-2}{x-2}$$

$$= \frac{x-1}{x-2}$$

D'après l'expression algébrique, on peut confirmer la conjecture. $f_A = f_C$

D'après la calculatrice.

$$f_B(\text{Algorithme B}) = f_E(\text{Algorithme E})$$

$$f_B(x) = \frac{1}{x-1} + 1 \quad f_E(x) = \frac{x}{x-1}$$

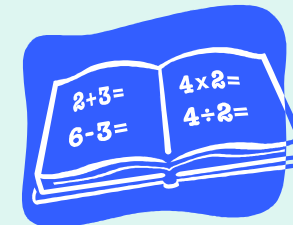
$$= \frac{1}{x-1} + \frac{x-1}{x-1}$$

$$= \frac{x}{x-1}$$

D'après l'expression algébrique des fonctions, on peut confirmer la conjecture. $f_B = f_E$.



EXPRESSIONS ALGEBRIQUES



D) Compléments-logiciels

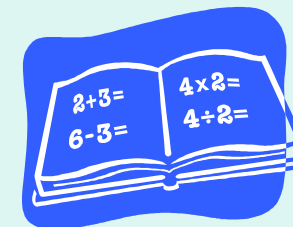
Test de la conjecture à l'aide de *Scratch* : [ici](#)

Obtention des expressions algébriques et vérification des calculs à l'aide de *Xcas* : [ici](#)

1	Prog	Edit	Add	nxt	OK	Save
<pre>f1 (x) :={ a:=x^2; b:=-4*x; c:=a+b+3; return c};</pre>						
// Parsing f1						
// Warning: a,b,c, declared as global variable(s) compiling f1						
<pre>(x)->{ a:=x^2; b:=-4*x; c:=a+b+3; return(c); }</pre>						
2	f1(x)					
$x^2 - 4 \cdot x + 3$						
3	factoriser(f1(x))					
$(x-3) \cdot (x-1)$						



EXPRESSIONS ALGEBRIQUES



E) Bilan

Compétences mathématiques

- Déterminer l'image d'un réel ;
- Développer, factoriser des expressions polynomiales simples ; transformer des expressions rationnelles simples ;
- Montrer l'égalité de deux expressions.

Compétences algorithmiques

- Gestion des entrées, sorties ;
- Affectations ;
- Calculs simples.

Formation à la démarche scientifique

- S'engager dans une démarche de recherche ;
- Conduire un raisonnement, une démonstration ;
- Utiliser l'outil logiciel adapté à la résolution de problèmes ;
- Communiquer à l'oral