

ELEMENTS DE CORRECTION – BAREME

L'année 2020

L'année solaire, c'est-à-dire le temps mis par le soleil pour faire le tour de la Terre, est estimée à 365 jours 5 heures 48 minutes 45 secondes. Pour cette raison, dans notre calendrier, nos années comptent pour la plupart

365 jours. Afin de rattraper le retard de 5heures 48minutes 45secondes par année, il a été décidé que certaines années compteraient 1 journée de plus. C'est ce qu'on appelle les années bissextiles.

Une année est bissextile si elle remplit l'une des deux conditions suivantes :

1. l'année est divisible par 400.
2. l'année est divisible par 4 et n'est pas divisible par 100.

Exemples :

- 1200 est divisible par 400. La 1^{ère} condition est vérifiée donc 1200 est une année bissextile.
- 1916 est divisible par 4 et n'est pas divisible par 100. La 2^{ème} condition est vérifiée donc 1916 est une année bissextile.
- 1900 n'est pas divisible par 400. 1900 est divisible par 4 et est divisible par 100. Aucune des deux conditions n'est vérifiée donc 1900 n'est pas une année bissextile.

- 1) 2020 est-elle une année bissextile ? Justifier.

Réponse :

2020 n'est pas divisible par 400 donc la condition 1 n'est pas vérifiée.

$$2020 \div 4 = 505$$

2020 est divisible par 4 mais n'est pas divisible par 100 donc la condition 2 est vérifiée.

2020 est une année bissextile.

RAISONNER

L'élève sait démontrer : il sait utiliser un raisonnement logique et des règles établies pour parvenir à une conclusion.

Maîtrise insuffisante 0 point	Maîtrise fragile 1 point	Maîtrise satisfaisante 2 points	Très bonne maîtrise 3 points
L'élève ne produit rien ou donne une mauvaise réponse.	L'élève écrit que 2020 est une année bissextile mais sans justifier sa réponse.	L'élève utilise la condition 1 pour dire que 2020 est une année bissextile sans que cela n'apparaisse clairement aux yeux du lecteur.	L'élève écrit que 2020 est divisible par 400 pour justifier qu'il utilise la condition 1 pour prouver que 2020 est une année bissextile.

2) Donner toutes les années bissextiles entre 1999 et 2019.

Réponse :

Entre 1999 et 2019, seul 2000 est divisible par 400.

Donc 2000 vérifie la première condition.

Entre 1999 et 2019, les nombres divisibles par 4 sont :

2000 ; 2004 ; 2008 ; 2012 et 2016.

Parmi ces nombres seul 2000 est divisible par 100 donc 2004 ; 2008 ; 2012 et 2016 vérifient la condition 2.

Les années bissextiles entre 1999 et 2019 sont **2000 ; 2004 ; 2008 ; 2012 et 2016.**

RAISONNER

L'élève sait démontrer : il sait utiliser un raisonnement logique et des règles établies pour parvenir à une conclusion.

Maîtrise insuffisante 0 point	Maîtrise fragile 1 point	Maîtrise satisfaisante 2 points	Très bonne maîtrise 3 points
L'élève ne produit rien ou ne donne que des années non bissextiles.	L'élève écrit quelques ou toutes années bissextiles correctes mais sans justifier sa réponse ou en utilisant une condition sur les deux pour justifier.	L'élève utilise les conditions 1 et 2 pour trouver des années bissextiles.	L'élève trouve toutes les années bissextiles entre 1999 et 2019 en faisant bien la différence entre les deux conditions.

COMMUNIQUER

L'élève analyse et ordonne les étapes de résolution.

Maîtrise insuffisante 0 point	Maîtrise fragile 1 point	Maîtrise satisfaisante 2 points	Très bonne maîtrise 3 points
L'élève ne produit rien ou donne la réponse sans explication.	L'élève repère qu'il faut utiliser les multiples de 4 ou de 100 (division par 4, 100 et/ou 400). Il écrit un début de raisonnement qui n'aboutit pas.	Dans l'écrit, on peut repérer les différentes étapes de démonstration mais elles ne sont pas clairement identifiées ou ordonnées. Des calculs sont écrits.	Dans l'écrit de l'élève, on peut repérer les différentes étapes de la démonstration clairement identifiées et ordonnées. Les calculs sont tous écrits.

3) Le tableau ci-dessous donne le nombre de jours par mois pour une année non bissextile et pour une année bissextile.

Mois	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Sept	Oct	Nov	Déc
Nombre de jours d'une année non bissextile	31	28	31	30	31	30	31	31	30	31	30	31
Nombre de jours d'une année bissextile	31	29	31	30	31	30	31	31	30	31	30	31

a) Julie est née le vendredi 13 janvier 2006. Ahmed, lui, est né le 28 janvier 2006. Quel jour de la semaine est né Ahmed ?

Réponse :

Il y a 15 jours entre le 13 janvier 2006 et le 28 janvier 2006, Ahmed est né un **samedi**.

RAISONNER

L'élève sait utiliser un raisonnement logique pour parvenir à une conclusion.

Maîtrise insuffisante 0 point	Maîtrise fragile 1 point	Maîtrise satisfaisante 2 points	Très bonne maîtrise 3 points
L'élève ne produit rien ou donne une réponse fausse sans aucune explication.	L'élève donne le bon jour de la semaine sans explication ou montre qu'il utilise les deux dates pour répondre à la question.	L'élève montre qu'il s'appuie correctement sur les deux dates dans son raisonnement.	L'élève montre qu'il s'appuie correctement sur les deux dates dans son raisonnement et donne le bon jour de la semaine.

b) Paul, lui, est né le 8 Septembre 2006. Quel jour de la semaine est né Paul ?

Réponse :

2006 n'est pas une année bissextile donc il y a 28 jours au mois de février.

$18 \text{ jours} + 28 \text{ jours} + 31 \text{ jours} + 30 \text{ jours} + 31 \text{ jours} + 30 \text{ jours} + 31 \text{ jours} + 31 \text{ jours} + 8 \text{ jours} = 238 \text{ jours}$

Il y a 238 jours entre le 13 janvier 2006 et le 8 septembre 2006.

$238 = 7 \times 34$ donc Paul est né le même jour de la semaine que Julie c'est-à-dire un **vendredi**.

CALCULER

Je calcule avec des nombres rationnels de manière exacte ou approchée.

Maîtrise insuffisante 0 point	Maîtrise fragile 1 point	Maîtrise satisfaisante 2 points	Très bonne maîtrise 3 points
L'élève ne produit rien.	Des calculs justes mais non pertinents apparaissent	Le calcul du nombre de jours entre les deux dates apparaît et est correct	Le calcul du nombre de jours entre les deux dates apparaît et est correct ET 238 est identifié comme étant un multiple de 7.

RAISONNER

L'élève sait démontrer : il sait utiliser un raisonnement logique et des règles établies pour parvenir à une conclusion.

Maîtrise insuffisante 0 point	Maîtrise fragile 1 point	Maîtrise satisfaisante 2 points	Très bonne maîtrise 3 points
L'élève ne produit rien ou donne une réponse fausse sans aucune explication.	L'élève a cherché à savoir si 2006 était une année bissextile OU Il cherche à connaître le nombre de jours entre les deux dates et peut ne pas aboutir OU L'élève donne une réponse correcte sans justifier sa réponse.	L'élève a cherché à savoir si 2006 était une année bissextile ET Il cherche à connaître le nombre de jours entre les deux dates et peut ne pas aboutir	L'élève a cherché à savoir si 2006 était une année bissextile ET Il cherche à connaître le nombre de jours entre les deux dates ET La bonne réponse est donnée.

- 4) Un chêne a été planté le 1^{er} janvier 1620. Quel est son âge, en nombre de jours, au 31 décembre 2019 ? Sur ces 400 ans, quelle est la moyenne du nombre de jours par an ?

Réponse :

Pour connaître l'âge en nombre de jours du chêne, il faut savoir le nombre d'années bissextiles entre 1620 et 2019.

Il n'y a que 2000 qui est divisible par 400 et vérifie la condition 1.

Entre 1620 et 1699, il y a 20 années qui vérifient la condition 2.

Entre 1700 et 1799, il y a 24 années qui vérifient la condition 2 (il faut supprimer 1700).

Entre 1800 et 1899, il y a 24 années qui vérifient la condition 2 (il faut supprimer 1800).

Entre 1900 et 1999, il y a 24 années qui vérifient la condition 2 (il faut supprimer 1900).

Entre 2000 et 2019, il y a 4 années qui vérifient la condition 2 (il faut supprimer 2000).

Entre 1620 et 2019, il y a donc 97 années bissextiles.

Entre 1620 et 2019, il y a 400 ans donc 303 années qui ne sont pas bissextiles.

$$303 \times 365 \text{ jours} + 97 \times 366 \text{ jours} = 146\,097 \text{ jours}$$

L'âge du chêne au 31 décembre 2019 est donc de 146 097 jours.

$$146097 \text{ jours} \div 400 \text{ ans} = 365,2425 \text{ jours/an}$$

Sur 400 ans, la moyenne est donc de **365,2425 jours par an**.

CHERCHER

L'élève prélève et organise les informations nécessaires à la résolution de problèmes, il s'engage dans une démarche

Maîtrise insuffisante 0 point	Maîtrise fragile 1 point	Maîtrise satisfaisante 2 points	Très bonne maîtrise 3 points
Aucune production de la part des élèves	Prise d'initiative mais non pertinente.	Prise d'initiative pertinente mais non aboutie.	Prise d'initiative pertinente et aboutie.

COMMUNIQUER

L'élève analyse et ordonne les étapes de résolution.

Maîtrise insuffisante 0 point	Maîtrise fragile 1 point	Maîtrise satisfaisante 2 points	Très bonne maîtrise 3 points
L'élève ne produit rien ou donne la réponse sans explication.	L'élève repère qu'il faut trouver le nombre d'années bissextiles OU L'élève repère qu'il faut calculer un nombre de jours entre les deux dates. Dans les deux cas, il écrit un début de raisonnement qui n'aboutit pas.	Dans l'écrit, on peut repérer les différentes étapes de démonstration (nombres d'années bissextiles, nombres de jours...) mais elles ne sont pas clairement identifiées ou ordonnées.	Dans l'écrit de l'élève, on peut repérer les différentes étapes de la démonstration clairement identifiées et ordonnées.

CALCULER

L'élève calcule avec des nombres rationnels de manière exacte ou approchée.

Maîtrise insuffisante 0 point	Maîtrise fragile 1 points	Maîtrise satisfaisante 2 points	Très bonne maîtrise 3 points
L'élève ne produit rien ou aucun calcul n'est correct.	L'élève effectue des calculs (même erronés) pour déterminer le nombre d'années bissextiles et non bissextiles mais ne calcule pas le nombre de jours au total. OU L'élève calcule un nombre de jours total même erroné	L'élève effectue des calculs (même erronés) pour déterminer le nombre d'années bissextiles et non bissextiles ET Calcule le nombre total de jours en fonction des résultats précédents.	L'élève effectue des calculs (même erronés) pour déterminer le nombre d'années bissextiles et non bissextiles ET Calcule le nombre total de jours en fonction des résultats précédents. ET Donne la valeur exacte de la moyenne calculée avec ses résultats précédents.

- 5) Convertir la moyenne du nombre de jours par an sur 400 ans trouvée à la question 4) en jours, heures, minutes et secondes, et comparer votre résultat avec la durée de l'année solaire estimée à 365 jours 5 heures 48 minutes 45 secondes. Qu'en pensez-vous ?

Réponse :

$$0,2425 \times 24 = 5,82$$

1 jour correspond à 24 heures donc 0,2425 jour correspond à 5,82 heures.

$$0,82 \times 60 = 49,2$$

1 heure correspond à 60 minutes donc 0,82 heure correspond à 49,2 minutes.

$$0,2 \times 60 = 12$$

1 minute correspond à 60 secondes donc 0,2 minute correspond à 12 secondes.

La moyenne du nombre de jours par an sur 400 ans correspond à **365 jours 5 heures 49 minutes et 12 secondes**. On retrouve à 27 secondes près la durée de l'année solaire.

CALCULER

L'élève calcule avec des nombres rationnels de manière exacte ou approchée.

Maîtrise insuffisante 0 point	Maîtrise fragile 1 points	Maîtrise satisfaisante 2 points	Très bonne maîtrise 3 points
L'élève ne produit rien ou aucun calcul n'est correct.	L'élève convertit correctement les jours, heures et minutes OU réalise des calculs de proportions justes (multiplication(s) par 60 ou 24 écrites).	L'élève convertit correctement les jours, heures et minutes ET réalise des calculs de proportions justes (multiplication(s) par 60 et 24 écrites).	Les conversions de jours, heures et minutes ainsi que les proportions sont correctement réalisées et la comparaison avec l'année solaire est écrite.

COMMUNIQUER

L'élève analyse et ordonne les étapes de résolution.

Maîtrise insuffisante 0 point	Maîtrise fragile 1 point	Maîtrise satisfaisante 2 points	Très bonne maîtrise 3 points
L'élève ne produit rien ou donne la réponse sans explication.	L'élève écrit un début de raisonnement qui n'aboutit pas.	Dans l'écrit, on peut repérer les différentes étapes de démonstration mais elles ne sont pas clairement identifiées ou ordonnées.	Dans l'écrit de l'élève, on peut repérer les différentes étapes de la démonstration clairement identifiées et ordonnées.

Question bonus

On admet que dans notre calendrier, la moyenne du nombre de jours par an, quelle que soit la période de 400 ans considérée, est égale à 365,2425 jours.

Pourquoi peut-on dire que notre calendrier génère un retard estimé à 3 jours tous les 10 000 ans par rapport au calendrier solaire ?

Réponse possible:

$$10\,000 \times 27 = 270\,000$$

L'écart entre notre calendrier et le calendrier solaire est 270 000 secondes tous les 10 000 ans.

$$24 \times 60 \times 60 = 86\,400$$

1 jour correspond à 86 400 secondes.

$$270\,000 \div 86\,400 = 3,125$$

L'écart entre notre calendrier et le calendrier solaire est donc d'environ 3 jours tous les 10 000 ans.

CALCULER

L'élève calcule avec des nombres rationnels de manière exacte ou approchée.

Maîtrise insuffisante 0 point	Maîtrise fragile 1 points	Maîtrise satisfaisante 2 points	Très bonne maîtrise 3 points
L'élève ne produit rien ou aucun calcul n'est correct.	L'élève convertit un jour en secondes (même erroné)	L'élève convertit correctement un jour en secondes	Les conversions de jours, heures et minutes ainsi que le quotient sont exacts

COMMUNIQUER

L'élève analyse et ordonne les étapes de résolution.

Maîtrise insuffisante 0 point	Maîtrise fragile 1 point	Maîtrise satisfaisante 2 points	Très bonne maîtrise 3 points
L'élève ne produit rien ou donne la réponse sans explication.	L'élève écrit un début de raisonnement qui n'aboutit pas.	Dans l'écrit, on peut repérer le calcul de l'écart et différentes étapes du raisonnement mais elles ne sont pas clairement identifiées ou ordonnées.	Dans l'écrit de l'élève, on peut repérer les différentes étapes du raisonnement clairement identifiées et ordonnées.