

## TP Aire et Logarithme

On note  $C$  la courbe représentative de la fonction logarithme népérien dans un repère orthonormé et on note  $a$  un réel strictement positif.

On considère le point  $M$  de  $C$  d'abscisse  $a$ ,  $N$  le point d'intersection de la tangente à  $C$  en  $M$  avec l'axe des ordonnées,  $P$  le point de coordonnées  $(0 ; \ln a)$  et  $R$  le point d'intersection de la tangente à  $C$  en  $M$  avec l'axe des abscisses.

**Problématique** : pour quelle valeur de  $a$ , notée  $\alpha$ , l'aire du triangle  $PNR$  s'annule-t-elle ? Quel est le maximum de cette aire sur l'intervalle  $]0, a]$  ?

### I Expérimentation sur GeoGebra

1. Ouvrir Geogebra puis suivre le protocole de construction ci-contre.

2. Afficher la distance  $PN$ . Que remarque-t-on ?

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

- Créer un curseur  $a$  compris entre 0 et 10
- Saisir  $\ln x$
- Saisir  $M=(a, \ln a)$
- Créer la tangente  $T$  à  $C$  en  $M$
- Créer les points  $N$  et  $R$
- Saisir  $P=(0, \ln a)$

3. Tracer le triangle  $PNR$ . Son aire est notée **poly1** dans la fenêtre Algèbre.

4. Saisir  $K=(a, \text{poly1})$  puis activer la trace du point  $K$ .

5. Conjecturer la valeur de  $a$ , notée  $\alpha$ , pour laquelle l'aire de  $PNR$  est nulle.

.....  
 .....  
 6. Quelle semble être l'aire maximale du triangle  $PNR$  sur  $]0, \alpha]$  ? En quelle valeur est-elle atteinte ?  
 .....  
 .....



**Appel 1** : faire vérifier la figure par le professeur puis lui exposer vos conjectures

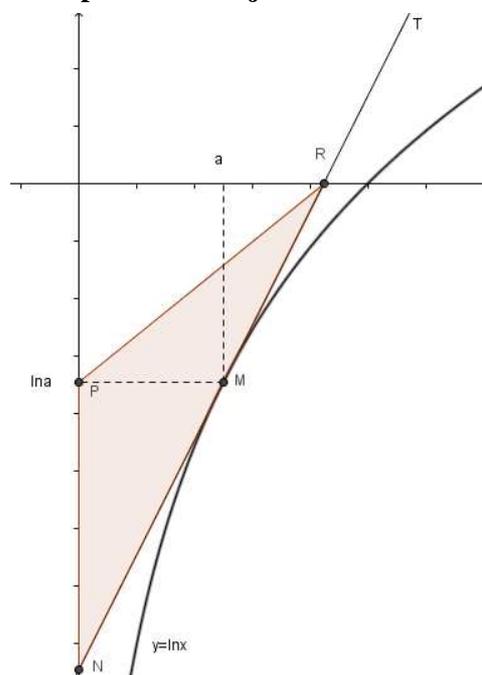
### II Démonstration géométrique

1. Déterminer une équation de  $T$ .

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

3. Calculer  $PN$ .

.....  
 .....  
 .....



4. Exprimer l'aire de PNR en fonction de a.

.....

5. Soit la fonction  $f$  définie sur  $]0, e]$  par  $f(x) = x - \ln x$ . Déterminer une expression de  $f'(x)$  à l'aide de Geogebra puis résoudre  $f'(x) = 0$ .

.....

.....

.....

6. Compléter le tableau de variations de  $f$ .

7. Répondre à la problématique.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$x$	0	e
$f'(x)$		
$f(x)$		



**Appel 2 : vérifier les conjectures émises en I.5 et I.6**

Compétences	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition		
			0	1	2
<b>S'approprier</b>	Rechercher, extraire et organiser l'information.	II.1. II.2. II.5. II.6.			
<b>Analyser</b> <b>Raisonner</b>	Émettre une conjecture, une hypothèse. Proposer une méthode de résolution, un protocole expérimental.	I.5. I.6.			
<b>Réaliser</b>	Choisir une méthode de résolution, un protocole expérimental. Exécuter une méthode de résolution, expérimenter, simuler.	I.1. I.3. I.4. II.1. II.2. II.3. II.4. II.5.			
<b>Valider</b>	Contrôler la vraisemblance d'une conjecture, d'une hypothèse. Critiquer un résultat, argumenter.	I.2. II.7.			
<b>Communiquer</b>	Rendre compte d'une démarche, d'un résultat, à l'oral ou à l'écrit.	I.2. I.5. I.6. II.7.			
<b>TOTAL</b>	<b>/ 10</b>				