<table>
<tr><th colspan="3">Le Tri</th></tr>
<tr><th>Questions</th><th>Eléments de correction</th><th>Barème
50 points</th></tr>
<tr><td>1</td><td>1ère proposition : 4-3-1-2 ; 3-4-1-2 ; 3-1-4-2 ; 3-1-2-4 ; 1-3-2-4 ; 1-2-3-4
2ème proposition : 4-3-1-2 ; 3-4-1-2 ; 3-1-4-2 ; 1-3-4-2 ; 1-3-2-4 ; 1-2-3-4</td><td>3</td></tr>
<tr><td>2.a)</td><td>On ajoute les inversions des différents jetons :
<table>
<tr><td>jeton</td><td>4</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>inversions</td><td>3</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td></tr>
</table>
Le mélange de l'ensemble des jetons est donc égal à 5.</td><td>4</td></tr>
<tr><td>2. b)</td><td>Il faut effectuer un échange pour que le mélange de l'ensemble diminue de 1 (le mélange peut ne pas diminuer si l'échange est « inutile »). Il faudra donc au moins 5 échanges pour effectuer le tri puisque le mélange de l'ensemble est égal à 5.</td><td>4</td></tr>
<tr><td>2. c)</td><td>Si on met 2 à sa place, il faudra échanger 1 et 2, mais alors on augmente l'inversion de 2 et il faudra à nouveau échanger 2 et 1 par la suite. Autrement dit, on effectue ainsi au moins 2 échanges inutiles.</td><td>3</td></tr>
<tr><td>3.a)</td><td>Lorsqu'on échange deux jetons adjacents non rangés dans l'ordre croissant, l'inversion du jeton de gauche diminue de 1, mais pas celui de droite (qui a toujours autant de jetons à sa droite qui lui sont inférieurs). Le mélange diminue de 1 au maximum à chaque échange. Si le mélange est égal à k, il faudra donc au moins k échanges pour trier les jetons.</td><td>6</td></tr>
<tr><td>3.b)</td><td>Si les jetons ne sont pas triés, le mélange est non nul. Il existe donc deux jetons adjacents qui ne sont pas dans l'ordre croissant. En les échangeant, le mélange diminue de 1.
On exhibe ainsi une manière de trier en un nombre d'échanges égal au mélange, qui est donc le nombre minimal d'après la question précédente.</td><td>4</td></tr>
<tr><td>3.c)</td><td>Notons L la liste des jetons et $L(0), \dots, L(n-1)$ les n jetons.
Echange = false
$k = 0$
$while\ echange == false$:
    $for\ i\ in\ range(0, n-k-1)$:
        $if\ L(i) > L(i+1)$:
            $L(i), L(i+1) = L(i+1), L(i)$ (on effectue un échange)
            $echange\ =\ true$
        $k = k + 1$
(un algorithme parmi de nombreux possibles)</td><td>6</td></tr>
<tr><td>4.a)</td><td>Pour le 1er jeton, il y a au maximum $n-1$ jetons inférieurs à sa droite, pour le suivant au maximum $n-2$ etc...
donc $M \leq 1 + 2 + \ldots + (n-1) = \frac{n(n-1)}{2}$.
Par ailleurs, M est un nombre positif.</td><td>4</td></tr>
<tr><td>4.b)</td><td>$n-(n-1)-\ldots-3-2-1$ est une disposition de départ où le mélange est maximal et donc le nombre d'échanges nécessaires est le plus grand.</td><td>2</td></tr>
<tr><td>5.a)</td><td>Il faut ici donner les 24 situations de départ possibles puis déterminer le mélange de chaque ensemble de jetons pour enfin déterminer le nombre moyen d'échanges. Dans le cas $n = 4$, il faudra en moyenne 3 échanges</td><td>6</td></tr>
</table>

	pour trier les jetons.	
5.b)	Il faut compter le mélange des différentes situations possibles puis calculer la moyenne, qui est égale à $\frac{n(n-1)}{4}$.	**8**