dérivée

TANGENTES PERPENDICULAIRES

1. Construction

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$ et $\mathscr{P}$ sa courbe représentative.

Soit A (a ; a^2) un point de $\mathscr{P}$.

On trace T_A la tangente en A à $\mathscr{P}$, puis on cherche s'il existe une droite D_A perpendiculaire à T_A et tangente à $\mathscr{P}$.

S'il existe, on note I le point d'intersection de T_A et D_A.

Recommencer avec d'autres positions pour le point A.

I existe –t-il toujours ?

Quel est l'ensemble $\mathscr{E}$ des points I ainsi définis ?

2. Démonstration

Rappel : dans un repère orthonormé, deux droites d'équations $y = m\,x + p$ et $y = m'\,x + p'$ sont perpendiculaires si et seulement si $m\,m' = -1$

2.1 Donner les expressions de $f'(x)$, $f(a)$ et $f'(a)$.

2.2 Donner l'équation de T_A et le coefficient directeur de D_A.

2.3 Supposons que D_A est tangente à $\mathscr{P}$ en B (b ; b^2). Donner une équation de D_A en fonction de a.

2.4 En déduire l'abscisse de I en fonction de a.

2.5 Conclure