

## TANGENTE À 90°

<b>Compétences mathématiques</b>	<p>connaître une équation de la tangente à une courbe (ici la parabole d'équation <math>y = x^2</math>) en un point ;</p> <p>trouver le lieu géométrique d'un point dépendant d'un paramètre ;</p> <p>comprendre le concept de tangente à une courbe en lien avec le nombre dérivé.</p>
<b>Compétences TICE</b>	<p>à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique :</p> <p>savoir tracer la courbe représentative d'une fonction ;</p> <p>savoir placer un point sur un objet déjà défini ;</p> <p>savoir tracer la tangente à une courbe en un point donné ;</p> <p>savoir tracer une droite perpendiculaire à une droite donnée ;</p> <p>savoir créer des points particuliers.</p> <p>démontrer l'existence d'un lieu de points ;</p>
<b>Compétences heuristiques</b>	<p>émettre une conjecture ;</p> <p>démontrer une conjecture ;</p> <p>avoir l'idée de traiter des cas particuliers avant le cas général ;</p> <p>utiliser les diverses informations données par défaut par le logiciel.</p> <p>penser à marquer des points particuliers.</p>

### Pré – requis

#### Maths

connaître la relation entre les coefficients directeurs de deux droites perpendiculaires dans un repère orthonormé ;

connaître le nombre dérivé pour la fonction carré ;

connaître la notion de tangente à une courbe et l'interprétation graphique du nombre dérivé.

#### TICE

fonctions élémentaires d'un logiciel de géométrie dynamique

## Scénario prévu

### Durée :

1 heure en salle informatique (c'est-à-dire 45 minutes maximum devant écran) + fin de la rédaction de la démonstration en devoir maison à rendre pour la prochaine séance.

### Matériel requis :

Salle informatique si possible couplée avec un vidéo projecteur

### Logiciels utilisables :

Des logiciels qui permettent de tracer la courbe représentative d'une fonction et de construire la tangente en un point mobile de cette courbe.

« Géogébra » et « Atelier de géométrie 2D » permettent de tracer immédiatement la tangente en un point de la courbe et affichent par défaut les coordonnées des points appartenant au lieu cherché.

« Géoplan » ne permet pas d'automatiser la création des tangentes.

Je déconseille « Déclic » pour ce genre d'activité.

### Début de l'activité – consignes :

Distribution de la feuille d'énoncé, lecture ensemble à voix haute mais pas de commentaire particulier.

Certains élèves sont gênés dans la construction : leur faire alors remarquer qu'une construction papier avant la construction informatique peut (doit) être nécessaire. Généralement cela (plus la proximité des voisins) les débloque.

### Phases de l'activité – durées envisagées

#### *Phase 1 (7 à 15 minutes).*

Chaque élève construit ce qui lui semble être une figure répondant à l'énoncé.

Après appel du professeur pour vérification des figures :

- la moitié des figures est correcte : ils cherchent alors le lieu demandé ;
- un quart des élèves n'a pas construit le point « lié » à la courbe, mais a placé un point sur la courbe.
- le quart restant a construit la perpendiculaire à la tangente au point de tangence... pour ces derniers la construction a permis de montrer que la notion de tangente n'était pas comprise.

En 15 minutes l'ensemble de la classe a une figure permettant de formuler la conjecture.

#### *Phase 2 (7 à 10 minutes)*

Placer les points (nommés | dans l'énoncé) permettant de conjecturer la nature du lieu.

Difficultés :

- avoir l'idée de créer une dizaine de points libres (de couleur particulière) qui seront placés à l'endroit voulu.

- déplacer ensuite le point  $B$  ; en effet le point  $B$  est alors confondu avec le point  $I$  .  
L'idéal est de pouvoir déplacer la perpendiculaire (et non uniquement le point  $B$  ; dans ce cas « Géogebra » est plus maniable que « Atelier 2D ».)

### **Phase 3 (10 minutes)**

Formulation de la conjecture en classe entière grâce aux nombreux points placés... Il semble évident à tous que le lieu cherché est une droite.

On cherche alors l'équation de cette droite en observant les coordonnées des points placés.

Ébauche collective et à l'oral de la démonstration (suivant l'attention de la classe et / ou de la disposition de la salle : faire éteindre les écrans !)

Conclure par le problème de la réciproque : tous les points de la droite sont-ils des points du lieu ?

Difficulté :

- pour une minorité, l'enregistrement du fichier à un endroit de leur arborescence qui soit accessible à l'enseignant

### **Phase 3 (15 à ... minutes)**

Rédaction écrite de la démonstration qui sera à terminer à la maison et ramassée à la prochaine séance.

## **Remarques et précautions d'usage**

- A permis pour certains élèves de mieux comprendre la notion de tangente à une courbe.
- Pour certains élèves un schéma papier permet de mieux appréhender l'énoncé.
- Une difficulté : le logiciel nomme les objets... pas forcément comme dans l'énoncé.
- L'outil « lieu automatique » de certains logiciels est inopérant pour ce type de recherche.
- Ce problème peut être formulé autrement : « Quel est le lieu des points du plan depuis lesquels on voit une figure donnée sous un angle droit ? ». Evidemment cette formulation ouvre de nouvelles voies d'explorations : un angle autre que droit, une courbe autre que la parabole...

## **Compte-rendu d'expérimentation**

Expérimenté avec une 1<sup>ère</sup> S de 24 élèves en classe complète en salle informatique de 18 postes... donc certains en binômes.

Le timing a été tenu lors de la séance informatique.

Pour la phase devoir à la maison :

- un quart des élèves s'est contenté de réécrire la conjecture en pensant la valider avec les remarques établies lors de la séance informatique, sans démonstration ;
- la majorité a démontré que les points recherchés étaient sur une droite (plusieurs méthodes : à partir d'un cas particulier, essai de passage – plus ou moins réussi – à une démonstration littérale ou bien démonstration littérale de suite) mais peu ont donné l'équation de la droite ;
- seuls 2 élèves ont pensé à vérifier la double inclusion.

Un exercice permettant de travailler avec un logiciel de géométrie sans difficulté particulière s'il est bien choisi, que je referai pour vérifier la compréhension géométrique de la notion de tangente à une courbe et pour introduire les lieux géométriques.

### **Tangentes perpendiculaires ( variante )**

Il s'agit dans cette variante d'aboutir toujours à l'étude d'un lieu de points, et en passant d'illustrer à la fois quelques fonctionnalités du logiciel ( définition et pilotage de paramètres, placements de points pour conjecturer un lieu ) et la notion d'équation de tangente à une courbe.

#### **Enoncé :**

On considère la fonction définie sur  $[-4;4]$  par  $f(x) = x^2$  et  $\mathbf{P}$  sa courbe représentative

On appelle  $T_a$  et  $T_b$  les tangentes respectives aux points d'abscisses  $a$  et  $b$  de  $\mathbf{P}$ .

Dans un premier temps, on cherche s'il est possible de choisir  $a$  et  $b$  pour que  $T_a$  et  $T_b$  soient perpendiculaires, et on appelle alors  $I$  leur éventuel point d'intersection.

Dans un second temps, on cherche à déterminer quel est le lieu décrit par  $I$ .

#### **Commentaires par rapport à la version principale :**

Cette version ne fait pas appel à la possibilité offerte éventuellement par le logiciel de tracer des tangentes directement, mais plutôt à la notion d'équation de droite dépendant d'un paramètre.

La définition et le pilotage des paramètres sont proposés entre autres par geogebra et geoplan, geogebra offrant de plus le confort graphique de la notion de curseur.