

Le problème initial :

Lors d'une épidémie de grippe, 1 000 personnes ont été contaminées le 1^{er} jour.

Les services sanitaires ont constaté que chaque jour, le nombre de nouveaux cas de grippe diminue de 15 %.

1. On considère que l'épidémie est terminée lorsque le nombre de nouveaux cas est inférieur à 1 .

Combien de jours dure l'épidémie ?

2. Combien de personnes au total ont été contaminées par la grippe lors de cette épidémie ?

Préliminaire : appropriation du problème (calculs des premiers termes « à la main », puis modélisation « naturelle » par une suite définie par récurrence) :

Pour n entier naturel non nul, on note u_n le nombre de nouveaux cas déclarés le jour n . On a : $u_1 = 1000$.

- $u_2 = 1000 - 0,15 \cdot 1000 = 850$;
- $u_3 = 850 - 0,15 \cdot 850 \approx 723$ (on arrondit à l'entier près)
- Pour tout entier $n \geq 1$, $u_{n+1} = u_n - 0,15 u_n = 0,85 u_n$.

Commentaire : cette phase peut faire l'objet de questions écrites ou orales, selon le niveau des élèves (ES, S) et selon le moment de l'année (introduction des suites ou fin de chapitre)

Question 1

Phase 1 : calculs dans le menu programmé de la calculatrice.

```
Graph1 Graph2 Graph3
nMin=1
u(n)=.85*u(n-1)
u(nMin)=1000
u(n)=
u(nMin)=
u(n)=
```

n	$u(n)$
40	1.7674
41	1.5023
42	1.277
43	1.0854
44	.9226
45	.78421
46	.66658

$n=43$

Commentaire : c'est long ! Il faudrait trouver une démarche plus rapide.

Phase 2 : utilisation d'un algorithme, pour donner directement le résultat.

Démarche : On calcule u_n jusqu'à ce que u_n soit inférieur à 1. On ne sait donc pas le nombre de calculs à effectuer, donc on utilise une boucle TantQue.

Il faut garder en mémoire le temps qui passe, c'est-à-dire n .

La durée de l'épidémie est le numéro du dernier jour où $u_n > 1$.

Variables :

n : entier // le numéro du jour

u : réel // le nombre de nouveaux cas au jour n

Début :

n reçoit 1

u reçoit 1000

Tant que $u \geq 1$ faire :

n reçoit $n+1$ // on passe au jour suivant

u reçoit $0,85 \cdot u$ // on calcule le nouveau nombre de malades

FinTantQue

Afficher $n - 1$ // on affiche le n° du dernier jour de l'épidémie

Fin.

```
PROGRAM:EPIDEMIE
:1→N
:1000→U
:While U≥1
:N+1→N
:U*0.85→U
:End
:Disp N-1
```

```
PrgrMEPIDEMIE
43
Fait
```

Question 2

Variante selon la section et l'endroit où on se trouve en cours :

a) Combien de personnes au total sont contaminées au bout de deux jours d'épidémie ? de trois jours d'épidémie ? de quatre jours d'épidémie ?

b) On cherche à savoir combien de personnes au total ont été contaminées au bout de n jours d'épidémie, où n est un entier non nul.

Construire un algorithme permettant de résoudre ce problème.

Le programmer, et calculer le nombre de personnes au total qui ont été contaminées par la grippe lors de cette épidémie.

S : **(Prolongement possible) c)** Justifier que $u_1 + u_2 + \dots + u_{43} = u_1 \times \frac{1-0,85^{43}}{1-0,85}$.
Comparer avec le résultat obtenu à la question b) .

Démarche : Il faut calculer $u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{43}$.

On calcule de proche en proche en utilisant une boucle Pour

Variables :

n : entier // le numéro du jour entre 1 et 43

u : réel // le nombre de nouveaux cas au jour n

S : réel // le nombre total de malades entre le jour 1 et le jour n

Début :

u reçoit 1000

S reçoit 1000

Pour n allant de 2 à 43 faire :

u reçoit $0,85 \cdot u$ // on calcule le nouveau nombre de malades

S reçoit $S + u$ // on calcule le nombre total de malades entre le jour 1 et le jour n

FinTantQue

Afficher S

Fin.

```
PROGRAM: TOTALMAL
: 1000 → U
: 1000 → S
: For(N, 2, 43)
: 0.85 * U → U
: S + U → S
: End
: Disp S
```

```
Pr9mTOTALMAL
      6660.515995
      Fait
```