AU RAYON DES BOITES DE CONSERVE

Partie I : Etude d'un algorithme

1. On considère la fonction f définie sur l'intervalle [-1 ; 2] par $f(x) = x^2$.
   On donne l'algorithme suivant :

```
ALGORITHME A deviner

VARIABLES
  | x, y, pas, m, M, α, β : nombres réels

DEBUT
  | Affecter à m la valeur de f(-1).
  | Affecter à M la valeur de f(-1).
  | Affecter à α la valeur -1.
  | Affecter à β la valeur -1.
  | Affecter à pas la valeur 1.
  |
  | Pour x allant de -1 à 2 de pas en pas :
  |   | Affecter à y la valeur de f(x).
  |   | Si y > M
  |   |   | alors affecter à M la valeur de y, et, à β la valeur de x.
  |   | Fin Si
  |   | Si y < m
  |   |   | alors affecter à m la valeur de y, et, à α la valeur de x.
  |   | Fin Si
  | Fin Pour
  |
  | Afficher les réels α, m, β, M.
FIN
```

   a) Quel est l'affichage obtenu avec cet algorithme ?
   b) Conjecturer son rôle.

2. Transcrire cet algorithme dans un langage de programmation et le faire fonctionner. *(ici le logiciel Xcas). (cf. fichier extreme.xws)*

3. Et si on essayait avec la fonction g définie sur l'intervalle [-1 ; 2] par $g(x) = (x - 0,5)^2$?
   a) Que retourne l'algorithme ? Que peut-on en penser ?
   b) Proposer une modification de l'algorithme pour obtenir les extrema de la fonction g.

On remarque dans les rayons de supermarché qu'il y a deux sortes de boîtes de conserves de contenance 425 mL : certaines contiennent des légumes, d'autres des fruits au sirop par exemple. On s'intéresse ici uniquement aux boîtes de conserve cylindriques.
On note r le rayon de la base (en cm) et h la hauteur de la boîte (en cm).

Les fabricants cherchant à faire des économies, les dimensions d'une boîte de conserve ne sont pas établies sans réflexion.

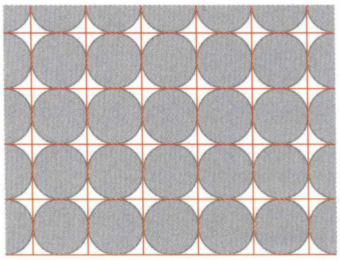
Partie II : Les légumes

1. Vérifier que 425 mL = 425 cm^3.
2. On note V le volume de la boîte de conserve en cm^3. Sachant que V = 425 cm^3, exprimer h en fonction de r.
3. Faire le patron d'une boîte cylindrique avec $r = 2$ et $h = 3$.
4. Montrer que l'aire totale S en cm^2 est donnée par la formule : $S = \dfrac{850}{r} + 2\pi r^2$.
5. On cherche à optimiser la quantité de métal utilisée pour la fabrication de la boîte, c'est-à-dire minimiser la surface S.
   Pour cela, on définit la fonction f sur]0 ; +∞[par $f(x) = \dfrac{850}{x} + 2\pi x^2$.
   a) Faire fonctionner le programme précédent basé sur l'algorithme initial afin d'approcher une valeur du rayon (au dixième près) de la boîte de conserve de telle sorte que la surface S soit minimale. *On pourra se placer sur l'intervalle [0,1 ; 20].* *(cf. fichier conserve.xws)*
   b) Observer une boîte de conserve contenant des légumes. Que peut-on en penser ?
   c) Démontrer que la fonction f admet bien un minimum. On précisera la valeur de ce minimum et la valeur de x pour lequel il est atteint.
   d) Conclure quant au problème posé.

Partie III : Les fruits au sirop

Les mathématiciens sont satisfaits, mais pas les techniciens ! En coupant les cylindres de métal, il y a trop de perte ; et cette perte, c'est de l'argent…

Observer le schéma suivant :



Ces disques sont contenus dans des carrés et vont être découpés pour être utilisés comme fonds et couvercles.

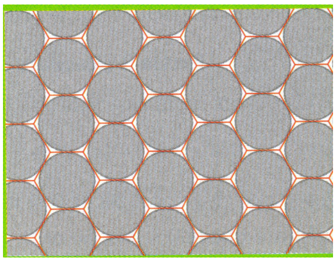
On s'intéresse ici à la quantité de métal utilisée pour une boîte, en tenant compte des pertes métalliques.

Reprendre la même démarche que les questions 4 et 5 de la partie précédente en s'intéressant cette fois-ci à la nouvelle surface totale.

Ne pas oublier de comparer les résultats expérimentaux et théoriques en observant une boîte de conserve contenant des fruites au sirop.

(cf. fichier conserve_bis.xws)

Remarque : on peut améliorer encore le principe en découpant le plan selon des hexagones comme suit :



…/… un autre prolongement possible en devoir à la maison…